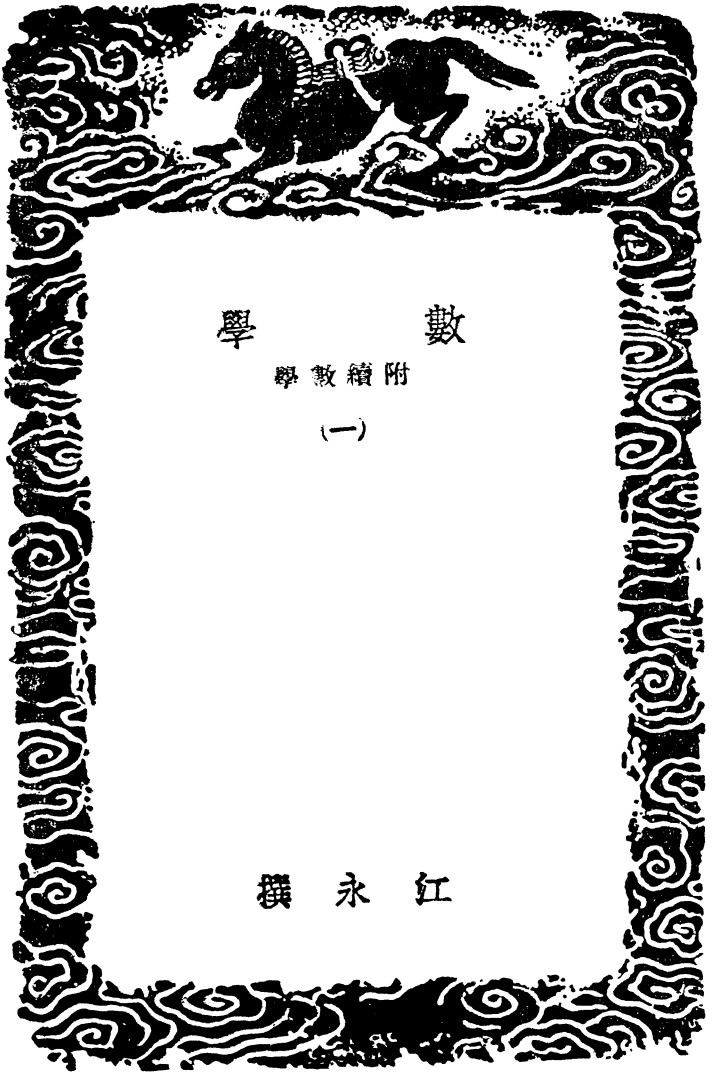
數學 附續數學 一

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行



數學

附續數學

(一)

江永撰

本館叢書集成初編所選守山閣叢書及海山仙館叢書皆收有此書守山本名數學海山本據江永自序作冀梅此書原本轉寫錯亂第五六卷七政諸圖尤甚守山本經錢熙祚詳審訂正故據以影印並錄海山本所載江永自序兩篇於卷首

翼梅序

少好天官家言。始讀尚書閏月璿璣兩註。即學布算。弱冠後。見黃石齋答袁坤儀書。始知地圓。又得游子六天經或問。已詫爲奇書。三十在金陵。有佴氏者。家有崇禎厤書。乞假一觀。永之厤學。是年驟進。既而聞宣城有梅勿菴先生。厤算第一名家。年已耄。欲得人傳其學。且有爲永介紹者。因牽於俗累。不能往。一日游書肆。見殘紙二幅。或云是梅書。試閱之。皆授時大統之說。永始疑先生之學。蓋主中而黜西。果爾則邢士登律厤考。家有抄本。不煩褰裳問津矣。自是遂絕意於梅。又廿餘年。先生久捐館。有太平崔君。嘗游先生之門。攜勿菴書目。厤學疑問。疑問補三書假觀。永始歎服。亟錄之。又二年。始賺得兼濟堂厤算全書。乃望洋驚怖。追憶前二紙。則厤學駢枝中語。此先生蚤年從通軌入手之書。後來研精西法。所詣大不爾也。因悔恨曩者既不獲及先生之門。中間又爲二殘紙所誤。且不肯求先生之書。及晚歲得之。則精神昏昏。心力鈍敝。不敢望嘑哉於堂。矧能燭照於室乎。潛玩既久。漸啓扃鑰。三角塹堵。昭若發蒙。厤理復多所創獲。如七政左旋。日食定交角。金水有歲輪。思之皆不可易。若余向論太陽中氣過宮。不當用古次名。則一得之愚。與先生暗契。一若親承指示者。惟是寡昧之識。膠守己見。如歲實消長、恆氣註厤之類。不能強同。爰就先生之書衍繹之。或補所未言。或發所未竟。信者闡明。疑者辨難。約得八卷。名曰翼梅。蓋先生嘗言禹服九州之大。必有同好。所冀共爲闡發。俾古人之意晦而復昭。一綫之傳。引而弗替。則生平之志願已

畢其虛懷公善跂望來學者如此永與先生有同癖雖不獲摳衣其門猶幸讀其書固當爲之補苴而張皇也此學甚孤無可告語欲是正於專家而未能姑弆藏之并序永之私淑先生始暌而終合之故

乾隆庚申閏六月甲寅望日在已宮江永書於海陽山斗

又序

是書脫藁已久。無從質正。庚申歲。程慄也太史強拉余入都。性頗畏風塵勞攘。足跡不出戶。勿菴先生文孫循齋先生。時官光祿。永亦未破例通一刺。是歲除夕。慄也與光祿會於待漏處。道及永之私淑勿菴。不惟日夕鑽研其書。且別有會心。堪爲羽翼者。凡數卷。光祿甚喜。辛酉元旦後三日。輒枉顧。次日答禮。先錄序目送閱。光祿亟問序言欲爲介紹者何人。曰。江右梁質人先生。光祿曰。是先徽君故交也。又問書目第二卷歲實消長辨。果長乎消乎。抑別有高見乎。曰。本書詳之。是非數言可罄。又問太陽行於本輪。或謂其圓如雞卵。信乎。曰。本輪固正圓也。太陽在均輪上聯其行迹。卽成雞卵之圓。自是每錄一卷。卽往質。聞所未聞者頗多。先生謂此學近日漸稀。昔時吳江無錫青州諸名家。與先徽君同輩者。今皆不可得。甚願有志者傳此一燈。因求示對數表。光祿令永再殫思。閱數日又往曰。思已塞矣。願示十數以啓其端。乃出表。錄十數歸。以差率上下比次。因推得萬數。是歲八月。永卽南旋。光祿以多儀來贐行。意甚殷。且曰。翼梅書再錄一本矣。俟稍暇親校畢。以原本奉歸。儀物中有扇一柄。錄勿菴先生咏歷代天文厤志一首。結句云。能忘創始勞。萬事有權輿。又親書一聯云。殫精已入歐邏室。用夏還思亞聖言。此循齋先生微意。恐永於厤家知後來居上。而忘昔人之勞。又恐永主張西學太過。欲以中夏羲和之道爲主也。先生之誨我者深矣。顧嘗閱歷代史志。深知此事之艱。四千年積智。無踰郭若思。至今日而此學昌明。如日中天。重關誰爲

闢。烏道誰爲開。則遠西諸家。其創始之勞。尤有不可忘者。或亦平心之論也。因書以爲後序。

乾隆昭陽作噩之陽月。永再書於古歙西溪書屋。岩年七十有三。

欽定四庫全書提要

數學八卷續一卷

國朝江永撰永有周禮疑義舉要已著錄是編因梅文鼎歷算全書爲之發明訂正而一準

欽定歷象考成折衷其異同一卷曰歷學補論皆因文鼎之說而推闡所未言二卷曰歲實消長文鼎論歲實消長以爲高衝近冬至而歲餘漸消過冬至而復漸長永則以爲歲實本無消長消長之故在高衝之行與小輪之改兩歲節氣相距近高衝者歲實稍贏近最高者稍朒又小輪半徑古大今小則加減差亦異三卷曰恆氣註歷文鼎論冬至加減謂當如西法用定氣不用恆氣而所

作疑問補等書又謂當如舊法用恆氣註歷永則以爲冬至既不用恆氣則諸節亦皆當用定氣不用恆氣故此二卷皆條列文鼎之說而以所見辨於下四卷曰冬至權度元史六歷冬至載魯獻公以來四十九事文鼎因作春秋冬至考刪去魯獻公一事各以其本法推求其故永則以爲算術雖明而未有折衷更因文鼎之法考證歷法史志之誤五卷曰七政衍文鼎論七政小輪之動由本天之動七政之動由小輪之動永則以恭按欽定歷象考成五星有三小輪而月更有次均輪且更有負圈文鼎說雖精當而各輪之左旋右旋與帶動自動不動之異尚未能詳剖因各爲圖說以明之六曰金水發微

文鼎初仍舊法以金水二星伏見輪同於歲輪後因門人劉允恭悟得金水二星自有歲輪而伏見輪乃其繞日圓象因詳為之說後楊學山乃頗以為疑永謂文鼎說是學山疑非因為圖說以明之七曰中西合法擬草明徐光啟酌定新法凡正朔閏月之類從中不從西定氣整度之類從西不從中然因用定氣遂以每月中氣時刻為太陽過宮時刻繫以中法十二宮之名而西法十二宮之名又用之於表永病其錯互又整度一事永亦病其言之未盡故著此論以辨之亦多推文鼎之說八曰算賸則推衍三角諸法求其捷要續編一卷曰正弧三角疏義以補算賸所未盡故八卷各有小序此卷

獨無也文鼎歷算推爲絶技此更因所已具得所未詳踵事而增愈推愈密其於測驗亦可謂深有發明矣

數學卷一

婺源江永撰　金山錢熙祚校

守山閣叢書　子部

數學補論

勿庵先生歷學疑問三卷五十二章又補二卷二十四章已爲歷法疏通源流指示窾奥永熟味其書別有觸悟隨筆識之或贅說於本書之外或衍釋於本書之中泰山河海無俟一卷一勺聊自道其管蠡窺測云爾

論天地開闢

問天地固當有始如陳星川壞天地人三元之說一元有二千四百一十九萬二千年今當人元四百五十六萬六千餘年者固爲荒唐矣邵子皇極經世書謂一元有十二萬九千六百年分十二會一會一萬八百年天開於子地闢於丑人生於寅禹卽位後八年而入未會則自天開至今七萬餘年

生人至今亦五萬餘年世以邵子精於數學也而信之自西士之書出則自開闢以來只五六千年何若是其不侔耶果孰非而孰是耶曰以理斷之疑西說近是也中國有載籍始於唐虞堯至今四千餘年堯以前畧有傳聞而難徵信度有人物之初距唐虞之世其年當不甚遠豈有遙遙五六萬年晦冥如夜竟無紀載可稽耶又大西洋載其國古老所說亦似不過四千年夫中西相去數萬里而年數符同竟若斯則四千年以前偏天地有人物者不過一二千年如今日之視秦漢已耳當不以萬計也顧天地之開闢雖有最初之年而其醞釀於未開闢之先者必需積漸之久如人獸之胎蟲鳥之卵草木之果實根芽皆含生於未生之前此則不知幾何

年耳曰西士之言固可信矣其紀年亦自不同天地儀書謂自開闢至崇禎庚辰五千六百三十餘年聖經直解則云六千八百三十六年依稽古定儀推之則五千七百三十年月離歷指則謂崇禎戊辰爲總期之六千三百四十一年諸說孰爲是耶曰予嘗推之矣其言五千餘年是開闢之始太陽最高在春分也此則稽古定儀之年爲近元至元辛巳高衝在冬至最高在夏至開闢以來行一象限九十度以今歷一年行一分一秒一十微推之九十度有五千三百餘年稽古定儀開闢至至元辛巳五千三百七十年其言六千餘年是開闢之始冬至日躔壁宿爲酉末戌初也此則聖經直解之年爲近崇禎庚辰冬至日在箕四度溯前六千八百三十餘年約退九十八度日在壁二者皆有理不知果孰爲確耳曰然則古歷家謂上元必是甲子歲前十一月甲子朔旦夜半冬至日

月如合璧五星如連珠則其說信然乎曰未必然也天地開闢如人之初生已屬後天其始尙有胚胎之歲月則甲子日月五星不必皆從始處始也以爲始於甲子歲安知其不始於他年乎（西書諸說皆非甲子）以爲始於十一月朔安知其不始於十一月望乎（冬至爲中氣望爲月半）以爲始於冬至安知其不始於春分乎（天文實用云開闢初時適當春分又云中西皆以角爲宿首因開闢首日昏時角爲中星也）以爲始於甲子夜半則時刻隨方有里差西方見早東方見晚西以爲子東以爲丑東以爲子西以爲亥偏大地當以何處爲正位而定其爲夜半冬至乎日月果合璧則開闢之始必日食乎五星僅連珠不猶有未齊同者乎且日月五星各有性情以爲始於聚安知其不始於散乎（如人身胚胎之始則聚及其成形臟腑官骸各有部位）

達理者默而觀之毋泥前人之說可也以今歲周計之一歲小餘一百二十八分日之三十一積一百二十八年四萬六千七百五十一日無餘分以六十乘一百二十八凡七千六百八十年積二百八十萬五千○六十日天正冬至得甲子年甲子日無餘分使開闢之年果在甲子其冬至當自平者始以今日平冬至逆推終不能得甲子朔旦冬至在中國之夜半也而況五星又皆齊同乎以是知歷元不可推也開闢之年約畧可知而不可定也

論地圓

問地爲圓形周圍九萬里南北則以二極之低昂而知之（南北行二百五十里極高下差一度）東西則以月食之早晚而知之（地赤道經東西相距七千

五百里則月食先後差一時此惟知歷者能信又必如西人浮海數萬里見南極出地數十度而後可驗若拘儒之見不出戶牖囿於方隅終疑人不可倒立水不可倒懸告以地圓謂其言猶河漢也奈何曰地之綿亘甚廣其圓也以漸人雖繞地行一周恒以足履地首戴天必無倒立之時水之附地而流亦猶是也今試泛舟於江湖登舟之高處望之水之來不見其端水之去不見其尾但微有灣環之形惟舟所到即是高處此何故也人目能望數十里此數十里即以漸而圓故也而地圓之最可見者如月食於地景月之虧必作灣形由地景圓故也使地不圓何以有此圓景乎曰地上山高而海深形有凹凸安得圓曰地之厚二萬八千餘里山海雖極高深如胡桃

核之皺罅有起伏終不礙爲圓也或又設一難曰地誠圓矣地之下誠有人居之矣設使地有孔穴上下穿通人投石於穴中此地見石墜而下彼地之人豈不見石騰而上直至於天乎石惟能下豈能上乎曰此說不足以難地圓也萬一有穿通之穴投石其中此石必至地心而止心者四面之極處氣之所輳必不令此石得過也以地球之大尙爲大氣舉之處於天心而況石乎

梅先生謂周髀中卽有地圓之理又謂周髀所傳之說必在唐虞以前此皆篤論自古籍散亡中土歷家旣失其說而又雜以臆度之見無理之談如云地有八柱又云地有水載又云地有四游種種謬論塗人耳目卽如王蕃言北極出地三

十六度此不過就中土地中洛陽北一帶所見極高言之非可以此概大地也唐一行嘗四方測景未悟地圓郭若思測景尤廣南至南海北盡北海凡二十七所各紀其方北極出地晝夜永短似已悟地圓之理而亦未能明白著論意其猶在疑信之間也今地圓之說大顯是數千年來失者復得歷家據以爲測算之根而儒家亦藉爲窮理之要可不謂厚幸乎

戰國時鄒衍談天謂九州之外有大瀛海環之亦似本之於周髀

梅先生引大戴禮曾子答單居離之問以證地圓之論古已有之極確愚謂易大傳曰坤至靜而德方中庸曰振河海而不洩皆地圓之證也方言其德則形體非方可知矣水附於地而流地振之而不洩則地面四周有水非是水載可知矣

梅先生又謂地實圓體而有背面中土篤生神聖繼天建極垂世立教如人有面為一身精神所聚此眞至之理非徒為尊中國之言昔有問於愚者謂列星分野大地所共中國之地有限何得據之以為占愚思之梅先生此說亦可參悟蓋五藏之精開竅於五官則天光下臨其精氣與中華相屬者必尤切是以普天星宿皆有相關之理也

論天大地小

問地球周九萬里不為小矣而西儒謂天極大地在天中只一點其言果可信與仰而望之日月星辰皆在目天豈若是其遼闊與曰此不可以臆揣也惟精於三角八線割圓之術因七政之行度比次其高下而各重之天去地之數可得即

恒星以上無法可算者亦可想而知矣姑以太陽與土星兩重天言之西史第谷後出最精歷算者測太陽行度得其高卑之中處距地一千一百五十地半徑（此數仍未確今算一千一百四十二地半徑以周徑密率算）夫地半徑一萬四千一百三十餘里以一一四二乘之則日去地有一千六百萬餘里有奇又地周九萬里亦以一一四二乘之則日天之周一萬零二百七十八萬餘里可謂大矣而猶未也火木土三星之天皆在日天之上而各星所行之歲輪（遲疾輪）皆與日天等大因其行歲輪一象限九十度視黃道上得幾何度因以測其本輪均輪次輪之半徑而知此星之天去地視日天得若干倍火星不及約半倍木星不及約五倍土星行歲輪九十度其視度五度半有奇其

切線一萬零四百有奇夫輪之半徑十萬而五度半有奇之切線一萬零四百有奇則不止十之一其視日天之高十倍有奇矣又設土星行最高而當合伏其距地心一十一萬六千一百一十七有奇以太陽本天比例爲十一倍又一三七三三四地半徑有一萬二千八百零八弱則土星最高而合伏距地蓋一萬八千零九十七萬餘里矣此以星行度實算得之非荒唐之比也土星之高已如此矣而恒星之天又在土星之上雖無歲輪可測算而以右旋之遲速約畧計之日一歲而一周火星二年弱一周高於日天半倍弱木星十二年弱一周高於日天不及五倍土星二十九年半一周高於日天不啻十倍恒星右旋二萬五千餘年一周則高於日天

甚遠可知矣況宗動天又在恒星之上當靜天又在宗動之上其高不可思議其視地不猶一微塵乎或曰地小於天如此則日入地下其光當從四旁射上地上可不夜矣而深夜黑暗何也曰地為實體日光不照則成黑影人處地面正當暗影最深最闊之處（地徑二萬八千餘里則影徑亦如之漸高乃漸減）安得不夜且氣無質不能受日光能受日光者唯月與星有月則能透日光返照而夜明有星則微明月星皆隱則地上之氣全黑而夜甚暗矣故地雖小而自能成晝夜也

問各星歲輪與日天等大土木火三星本天固可以日天半徑畧計倍數矣若日天半徑倍於地半徑者一千一百四十二何從得之曰太陽本輪均輪之半徑既可以盈縮極差推

而知則最高時在均輪之底最卑時在均輪之頂亦可得其相距之數矣而最高最卑太陽則有視徑差又射地景至月天則有景徑差又太陽近地平則有地面地心高下差合玆數差參差互算而日天距地可得而知矣豈若舊說言天去地若干萬里荒唐無稽者哉

論日月地三體大小

問人視日月大似無幾而西人言日大於地月又小於地日之大於地與月者其相去懸絕得毋無徵不信乎何以知其然也曰此亦以三角八線割圓之術測其本天去地之高下因以視徑而知其實徑與實體也日月之行因其盈縮遲疾而知小輪之徑因小輪而知大輪之徑故日去地一千一百

四十二地半徑月去地約五十八地半徑凡去地半徑一倍者其度亦闊一倍地一度二百五十里以一千一百四十二乘之則日天之度計二十八萬五千餘里日之視徑半度有奇約六十分度之三十一約得一十五萬里地之全徑二萬八千餘里故西人言日徑得地徑者五又七十五之十四此日之實徑也以五十八乘二百五十里則月天之度一萬四千五百里月之視徑比日視徑稍大約六十分度之三十二分奇其徑約八千里地徑大於月徑三倍半有奇此月之實徑也若以日視月則日徑大於月徑約一十九倍凡此皆以實測實算得之非虛言也曰此有實據可考驗乎曰有月之食也食於地景景徑約一度半日月行度有高卑則景徑有大小此以其中者言之則日月地三

者之大小可參攷而知凡光體等於實體則其景等大而無窮光體小於實體則其景漸遠漸大而無窮唯光體大於實體則其景漸遠漸小而有盡地景能食月不能食星月天卑星天高故也張衡靈憲謂闇虛星值之則星亡者非是觀月所處之天地景一度有半約二萬二千餘里則日之大於地幾何月之小於地幾何皆可用法推算矣曰日徑大於地徑五倍有奇而西人又言日大於地球一百六十五倍奇曰大於月徑約十九倍而西人又言大於月六千五百三十八倍奇地徑大於月三倍半有奇而西人又言大於月三十八倍奇何若是之不倫耶曰前以徑相較者平圓也此以實體相較者渾圓也算渾圓實體之法以徑自乘又以徑乘之而得實體之圓分積兩圓

相較可得其差（借立方算渾圓詳見算賸）今用法推算則日之實體大於地者一百四十九倍奇大於月者六千五百九十倍奇地之實體大於月者四十四倍奇與西人之算或多或少蓋利西泰測算里數小有不同耳（利氏說見天學初函）梅先生似以日大於地一百六十五倍者爲徑也故謂兩數相懸不啻霄壤若以實體較論則了然矣（方密之通雅不信日大於地百餘倍謂日光甚烈人在地上必死亦考之未詳耳）

論日月星皆有質

問日月星皆氣爲之乎抑實有其質乎曰實有其質也其質非金非玉非石蓋自有其質非人世所有者也若但有氣無質豈能終古不改變乎西士以遠鏡窺日月亦不正圓而月中之黑處古人妄謂蟾蜍顧免宋人誤以爲山河大地之影

者西人則名之爲月駁謂由月體自生如地有巖洞日光照不到處則現黑影此非實有質而何日月如此星可知矣曰三光惟有氣也故能浮空若實有質何以不墜曰日月星各有其本天其本天皆以地爲心地卽其所著之根而日月星又各著於小輪之上其根甚固安得墜如地球極重終古亦不墜素問所謂大氣舉之是也曰地球正當天心四面皆氣輳之故皆空懸於天中若日月星之重體在天上何以不墜曰物各有其性情三光之性情麗天者也天猶水也水不能浮沙石而能載大木木之性情自不沉也又何疑焉曰星有隕爲石者豈非有質卽不能浮空與曰隕石之星非天星也由地上火土之氣上衝天際偶然融結而隕也豈有恒星天

之星而或隕者哉微芒之恒星亦大於地

論青蒙氣

問西人謂近地平有青蒙氣其高約九里澤國彌厚彌高日月在青蒙氣內小可大卑可高其說信然與曰信也凡徹體之物如氣如水如玻璃水晶皆能變物之形遠可使近小可使大直可使曲深可使淺卑可使高遠鏡其顯者也捕篙於水置錢於盂無不可驗是以日月出地與將入地視徑加大蒙氣映之故也不惟加大而已更能升之使高實未出地而已出地也雖已入地而猶未入也故西人論日食於高卑南北東西三差之外更有青蒙氣差青蒙徑差此為帶食言之也有此二差則日暮日食以東西差加減之而當食者蒙氣

或升之而不食矣其不當食者或升之而見食矣視徑加大則能變食限與加時早晚食分多少矣此非臺官所能預定必隨方測候而後可知前史有書當食不食不當食而食者其故或由此與梅先生未嘗言及青蒙氣謂湯羅諸公已言之耳學者固不可不知

列子載兩小兒辯日一謂日初出時如車蓋日中如盤盂為近大而遠小此未知蒙氣之故耳日何嘗有遠近若論遠近之微者則日近地平時與近天頂時差一地半徑初出較遠日中較近正與此小兒之說反又非近者熱遠者涼之謂也

論左旋右旋

問天左旋日月五星右轉歷家之說也謂日月五星亦左旋

其說始於橫渠張子與曰非也張子云天左旋處其中者順之少遲則反右矣張子之意謂地亦是動物處於天中隨天而左旋但少遲故覺天左而地右觀其前兩章云日月五星逆天而行並包乎地者也地在氣中雖順天左旋其所繫辰象隨之稍遲則反移徙而右又云古今謂天左旋此直至粗之論爾恒星所行爲晝夜者直以地氣乘機左旋於中云云則張子之意可知矣朱子謂橫渠說天左旋日月亦左旋其說極是是以處其中者爲日月恐非張子之本意曰然則朱子謂天行過一度又謂歷家截其退數便於算又有大輪在外小輪載日月在內之喻若何曰愚向亦疑之謂日月果因行少遲而覺其右轉則當循赤道而退無南北斜行之勢何

爲日自行黃道斜交於赤道月五星各有道又斜交於黃道乎何爲恒星亦循黃道而右行乎後見勿庵先生說乃始豁然先生以鈞盤飛輪爲喻謂如有小盤小輪附於大盤大輪之上而別爲之樞則必相差而成動移以生逆度又必與本樞相應而成斜轉之象焉夫其退逆而右也因其兩輪相疊其退轉而斜行也因於各有本樞而其所以能退逆而斜轉者則以其隨大輪之行而生此動移也此說極當朱子兩輪之喻未及不同樞必得此論始爲精密盡善耳

左旋右旋之說愚前後有三見始也信朱子取正蒙之說後因細讀正蒙覺張子之意不如是又見西人有隨動自動之說謂七政自有性情能力雖隨天動却能自動而右旋深信

之乃別爲之說謂凡物之理有順必有逆在天有氣者皆左旋有□者皆右轉一順一逆所以能成造化若使皆順而無逆則如水之無灣山之無轉不能鍾地脈而居人物矣古人有蟻行磨之喻然蟻雖隨磨左旋而蟻之頭足自向東而右行若使蟻亦向西則蟻之行不反速於磨乎後讀梅先生書乃仍從左旋之說與始者所見却又不同此可驗愚學識之進退消長而所得益於先生之書此尤其大者矣

然則後之所見與順逆之說不相妨乎曰無妨也造化之理即以順而成逆如五行皆順生而自有逆克也如山水皆順行而自有逆轉也天以層數生遲速以遲速成順逆造化之妙也然則磨蟻之說若相妨矣奈何曰日月在天非若蟻之

行磨也輪載日月輪動而日月隨之日月未嘗動也此如別有輪附於磨與磨同轉而不同樞因生退度蟻則定於輪上未嘗行也

大氣之運如水逝風行恒星七政如有數舟同泛於江河得風多者行速得風少者行遲彼此相較遲者若退而上矣舟各斜迤不與岸平行（舟之斜迤猶行黃道岸猶赤道）斜迤又不同勢則各舟（如各曜自有道）捩柁定向不同也

右粗譬之如此細論之舟猶非七曜也本天載本輪本輪載均輪均輪載日而月五星更有次輪星體在次輪上月體在次均輪上然則水猶本天舟猶本輪均輪次輪等猶舟上復有轉輪而日與六曜猶有球附於舟之輪上也

論天極

問自古只言北極西土始言有黃極而月與五行之道皆斜出入於黃道則月道又自有極五星道又各有極然則七政七極並北極而八并南方相對之極而十六何若是其分錯與曰七政各行一道即各有所宗之極北極為心黃極環繞而成一圈月與五星之極皆以黃極為心各環之而成小圈水星圈最大月次之金次之土次之火次之木次之皆載於黃極圈之上各有條理未嘗紛錯也（小圈自內而外由近而遠木火土金水似順五行相生之序月亦水類在金水之間）曰天之有北極也如磨之臍如輪之轂太陽曷不宗之乃自為極以成斜出之道與赤道度齟齬不相當何也曰太陽若宗北極則恒行赤道無寒暑進退何以能

生萬物有北極赤道又有黃極黃道所以能成變化也蓋北極體也黃極用也北極爲心黃極繞之而成圈則又未嘗不宗北極也曰月與五星之道何爲斜絡黃道曰日君也月與五星臣也不敢正行黃道而又不敢與之遠離君臣之義也問古人以恒星之天爲天西士則謂恒星亦隨黃道而東行夫恒星在七曜之上宗北極循赤道可矣何爲亦宗黃極循黃道曰北極惟宗動天宗之恒星自爲一重天則不得宗北極矣曰月五星各有道有極恒星天既自爲一重宜亦自有其道與極何爲皆宗黃極而循黃道（恒星距黃極有定距）曰六曜專而恒星散也六曜不惟自有道而已道之上且有數小輪以載曜體焉恒星不能逐星生小輪故普天星宿同宗黃極而循

黃道也

論七政小輪

梅先生論小輪數章蓁詳因其言而推測之太陽小輪有二一爲本輪一爲均輪本輪之心在本天均輪之心在本輪而太陽之體實在均輪之上其大小則本輪半徑三均輪半徑一其行度則本輪之心右旋於本天而均輪之心左旋於本輪均輪雖左旋於本輪而太陽在均輪周實右旋均輪心左旋一度則均輪周右旋兩度故最高最卑兩點雖常在本輪之頂與底而太陽之在最高也不在均輪之頂而在均輪之底其在最卑也不在均輪之底而在均輪之頂蓋不同心圈上所切之小輪非本輪也乃合本輪均輪兩半徑而爲小輪

之半徑也又均輪實爲太陽之體所居欲算太陽距地心得其徑差景差必須以均輪度算之蓋本天載本輪本輪載均輪均輪載太陽此天上實象若並本輪均輪兩半徑以爲不同心差規一大圈爲不同心圈此則假借虛象耳（聯兩半徑邊上盡迹而成圈）雖算加減均度與用本輪均輪立算者不殊（均輪上太陽所到與兩半徑併之小輪邊上所切高下不同而從地心出線穿太陽其角則同故所得之均度必無不同）而不可以此算視徑之大小（太陽實體不在不同心圈上故也）觀歷書太陽視半徑表本以本輪均輪算得之若以不同心立算則其數不如此矣梅先生謂不同心之法生於小輪而小輪爲本法此誠不易之論也太陰小輪遞相負乘與太陽五星特異本天載本輪本輪載均輪猶之太陽而月之體不在均輪之上又五星次

輪在均輪之上者其心也若月次輪則以輪邊與均輪相切而別有負圈合均輪全徑次輪半徑以爲半徑則負圈心在均輪之上而次輪心在負圈上與五星異矣五星之體卽在次輪之上而月則又有次均輪在次輪上月之實體則在次均輪上與五星又異矣細讀歷象考成始知其故

回回歷七政皆有中心行度似本輪行於本天而梅先生云小輪心非能自動小輪之動本天之動也七政亦非自動七政之動小輪之動也又云小輪心者小輪之樞也樞連於本天不動故輪能動而七政者又相連於小輪之周者也小輪動則七政動矣此皆發前人所未發若小輪之動有左旋有右旋有不動其起點有在輪底有在輪頂其行度有平有倍

有再倍又七政雖連於小輪之周而七政之體上下却有定位不隨輪而顛倒愚於七政衍詳言之七政各有本天本天上各有小輪小輪又互有同異視之若無測之實有紛紛交錯條貫秩然雖有大巧莫能摹肖是大圜中之至巧

論日差

問歷書日躔有日差表月離又有日差表交食有加減時表月離之日差表與加減時同但加減倒用（加減用時爲平時）若日躔日差其數絕異何也曰梅先生常疑日躔表說支離蒙混此事當究其源而論之凡云時者有二一爲十二時之數太陽一日東升西沒偏歷太虛常靜之天均剖之爲十二段所以紀出沒永短節氣朔望之節度者也一爲十二時之位人所

居之方必有正南正北之子午圈視太陽正當午位爲午正其對衝爲子正從此分十二宮者所以爲測候七政之用者也此二者皆以赤道爲宗平剖赤道一宮得三十度一時應之數與位其根本同所以有日差者一由太陽有平行視行而有均度之差一由赤道黃道正升斜升而又有升度之差是以歷家所算之時刻與太陽所到之方位畧有不同所算者實時平時所到者視時用時也日躔日差表說亦明言日差之故有二一由太陽視平兩行差一由兩道正球升度差及其解說作表之法却不分明而所定各節氣加減分數亦絶不可解後詳言之宜勿庵先生譏之然月離交食二表只以黃赤升度差立算而不論太陽之加減差疑其法之未確先生

始疑日差有二根當立二表後又自謂不確而別爲之說謂西歷之傳各有師授不同日躔表之兼用二根或是初說其平時定時乃測驗之實用必是後來之說宜只用月離交食二表爲是愚向者亦未敢斷其是非後攷之歷象考成所以求用時者兼用均度升度二差而日躔日差表棄而不用則二根兼用者爲是先生始謂當立二表者亦是而日躔之日差表立算未眞解說支離洵不可承用也

太陽平視兩行差當從最卑最高起算至春分則積二度有奇減時當八分有奇而表以春分起算謂春分平視兩行畧等此時無加減分夫春分既無加減則秋分宜亦無加減表於秋分則加十六分時差十六分當天之四度此四度之差

從何得之其不可解一也高卑加減之極在三宮九宮升度加減之極在四立節四立節之加減最大者不過九分五十六秒謂升度差最大者二度半稍弱也以此為限再以平視兩行差加減之相去不甚遠表於立春減八分立夏加十一分立秋加三分立冬加二十四分何若是不均其不可解二也二根加減其數常均合之當必均表於初宮十九度後始有減分減至春分而極春分後則恒用加計一歲加減之數減者一而加者四其不可解三也合二根加減不過十八分有奇兩大之限不同時又不及此數而表中之加分大者二十四分當天六度此數又何從得之其不可解四也升度差有定時而太陽高卑有行度其兩行之差不恒繫於節氣表

乃合之爲一若可恒用者然其不可解五也此表監中承用數十年近始邊用歷象考成豈久之始覺其未確乎

歷象考成求用時之法云以本日太陽均數變時得均數時差（本註云均數爲加者時差爲減均數減者時差爲加）又以本日太陽黃赤經度相減餘數變時得升度時差（註云二分後爲加二至後爲減）乃以兩時差相加減爲時差總（註云兩時差同爲加者則相併爲總其號仍爲加同爲減者亦相併爲總其號爲減兩時差一加一減者則相減爲總加數大爲加號減數大爲減號）若算太陰平行則以時差總化秒與一小時太陰平行相乘爲實以一小時化秒爲法除之得數爲秒以分收之得時差行以加減太陰平行（時差總爲加者則減爲減者則加）爲用時太陰平行若算交食求實朔實望用時則以時差總加減實朔實望爲實朔實望用時按此求時差之法甚

均剖者也以均剖者算行度則時刻之能應天者太陽本輪心所到之平度耳若論輪上有加減之度逐日所算太陽加時必與太陽所加之位時有微差（一度爲時之四分）何也輪心與輪邊所當不同也設平春分在丙寅日午正而定春分在甲子日午正相差約兩度則甲子日欲測太陽正交赤道必於所算午正時減八分爲午初三刻七分於正南之位偏東二度測之此時正當交點則所算甲子日午正初刻春分者眞矣何也甲子日本爲平行二宮二十八度之日距三宮初度有二度當未至午正二度之時而入交則本輪心豈不正當午位乎若再加時八分太陽正當午位則本輪心又移過午正西二度矣此均度所以有時差之理也論太陽右旋一晝夜

行一度弱論太陽左旋一晝夜行三百六十度太陽既有加減差則右旋者差在日其極差二日有奇左旋者差在時其極差八分有奇本輪上九宮至三宮太陽行下半周右旋盈則左旋縮十二時行三百六十度而不足不足則時差當減矣三宮至九宮太陽行上半周右旋縮則左旋盈十二時行三百六十度而有餘有餘則時差當加然加時之始不於三宮而於六宮減時之始不於九宮而於初宮蓋三九宮爲縮與盈之極三宮至六宮盈其所縮九宮至初宮縮其所盈也總之輪心所到爲平時太陽所到爲視時故以本日均數變時而定其加減於理爲盡梅先生有日差原理一卷未刻愚以意推測如此

惟四正日但有均度時差過此則兼有升度時差故當合兩

時差相併相減以爲時差總其法至今日始定

論太陰倍離

天以太陽爲尊能攝月與五星西史第谷謂如磁石之引鍼確喻也月五星離日有遠近而生次輪之行五星次輪一度即爲一度獨太陰離日一度次輪上即有兩度五星合伏至合伏次輪一周太陰朔至望望至朔次輪兩周回歷謂之倍離其故何與此由月次輪與五星不同故也五星次輪心在均輪上而月次輪心在負圈上次輪與均輪以邊相切其相切之點即初均割線所到謂之次輪最近點最近者最近於均輪之心也定朔定望起於此點由此左旋至上弦而最遠至望復於起點又至下弦而最遠至朔再復於起點點在輪

周則度亦起於輪周凡割圓之理從輪心出線論度者一度爲一度從輪周出線論度者兩度爲一度此月所以倍離也試從次輪最近點出一直線分次輪爲兩半又從點出一橫線與直線十字相交夾次輪半周於中間夫十字相交者直角也直角所夾之度必九十度而次輪則已半周豈不兩度當一度乎

論太陰遲疾

問授時分太陰爲一百六十八限算其遲疾似密於古以今法較之授時猶未能與天密合也按月離加減表三宮九宮初度減均加均積度四度五十八分二十杪變爲日度五度零四四五有奇耳而遲疾立成八十四限所益所損之積度

五度四二九有奇則其數大於加減均度矣朔望後行次輪更有二三均加減大者二度四十八分併初均加減七度有奇而授時無此損益分則其積差有至二度有奇者矣安能與天密合曰授時之分限算遲疾蓋由積候而得豈積差至二度有奇猶不知覺者乎曰月行最難測算者也三均之數甚糾紛地面地心視差又最大人所見在天之度往往非眞度當時雖屢測亦只得其大概既不知有次輪之行又未得視差之眞率是以不得不以近似者立法然則西法算太陰有二三均加減實勝中法之一大端也

凡月近大轉則疾近月孛則遲此本輪均輪之上遲疾也近朔望則疾近兩弦則遲此次輪次均輪上之遲疾也朔望又

近入轉兩弦又近月孛則疾者愈疾一日不啻十五度遲者愈遲一日行十一度有奇

然則授時之遲疾法算定朔定望交食何以不甚差曰朔望無次均加減故也

授時分太陰一輪三百三十六限之表今載之明史其實爲無用之法也

論交食

梅先生交食蒙求交食管見兩書備論算交食之理無餘蘊其以黃道交角變白道交角爲定交角以定交角算日月光體之上下左右指其初虧復圓而不以東西南北爲方位尤發前人所未發

交食蒙求註云若用弧三角法求白道限度所在及其距地之高並可得交角細數然所差不多蓋算交食必在朔望又必在交前交後故也按用弧三角求白道限即交會管見新立算白道九十度限高法是也竊疑交前交後白道斜穿黃道而過不能與黃道平行則變黃道交角爲白道交角似有微差然甚微可不論故今法徑借黃道交角以朔望黃白交角加減之而白道交角不以立表舊法定日食限陰歷初宮十七度四十分以內五宮十二度二十分以外陽歷六宮八度二十分以內十一宮二十一度四十分以外實交周天此限者並有食今法定食限陰歷稍寬陽歷稍狹實交周自五宮十一度四十五分至六宮六度十四分又自十一宮二十

三度四十六分至初宮十八度十五分爲的食不入限者不必算亦有入限而不食者則因三差故西法羅睺爲正交交道自外而入內計部爲中交交道自內而出外中歷反之名易而實不易

康熙四十三年五月十七日乙卯望月食監須圖梅先生謂圖中所註食既至食甚時刻多食甚至生光時刻少相差十分謂其不應改法愚疑此須圖時字有脫誤也蓋生光丑正二刻十一分脫十字誤作一分否則誠難解

論中西法異者多端

問梅先生謂中西二法本同新歷但兼用其長以補舊法之未備惟五星有交點有緯行是中歷缺陷之大端然則西法之異於中法止此一事與曰先生舉其大者耳其他如中歷

太陽盈縮常定於冬夏二至西法則最高最卑有行度中歷太陰遲疾但知有轉終而不知更有二三均加減中歷交食時差但知以午正爲加減之限而不知有黃平象限中歷太陽太陰之徑闇虛之徑恒爲一定而不知有高下大小之差法之異者固多端若三角立算中法只知有直角勾股而不知有鈍角銳角與弧線三角弧矢割圓中法未盡其用而西法則有八線表預定無數勾股以爲一切測算之準繩此皆有補於中歷者也

補論十二宮

問梅先生論周天十二宮有直有衡有斜有百游不甚紛紜錯雜歟曰是皆各有所宗各有所取用非雜也愚謂在天猶

有不變之十二宮蓋列宿之天分爲四維析爲十二宮星紀鶉首等名西國則有磨羯巨蟹等名皆以星象定之古今不變者也此與黃道之十二宮同歸而殊塗恒星天亦宗黃極是同歸也列宿自布十二宮恒以虛六度爲元樞之半斗四度爲磨羯之初歲歲推移不與中氣節氣相值是殊塗也梅先生歷學疑問補中極論此理但未言其不變之十二宮耳又按七政小輪無論其大小皆分十二宮此自歷家虛立之以便算故梅先生不數

論西法六十分爲度

問回回歷雖以三百六十度爲周天而一度用百分或萬分與授時同見袁氏歷法新書歐邏巴獨以六十分爲度秒微以下皆

用六十遞析八線表亦分一度爲六十何也曰其源蓋由於時刻也中法一日百刻不便於分布西法以九十六刻齊之一時均得八刻又分一時爲二時謂之小時分一刻爲十五分凡加時與日出入皆有分數可紀（中法萬分日雖甚細而發斂加時及日出入皆紀刻不紀分猶爲粗疏西法則紀刻分分下之秒未過半棄之已過半收之）合四刻六十分爲一小時此六十分所由來也而秒微以下皆用六十則作表甚便（第一格爲時第二格爲分第三格爲秒第四格爲微所列之數皆同）又如以度變時以時變度則以四分當一度一小時當半宮亦甚便日法如此度法亦因之八線表亦因之則各變通爲一法此歐邏巴立法斟量盡善者也彼百刻不便分布刻下不能紀分似不可謂無弊薛儀甫著天學會通改六十分爲百分則當先改八線表

而餘諸表皆不可用亦覺更張多事謹案
聖祖御製歷象考成度法用六十日法一千四百四十分以一萬爲日周通法其布算也以萬分計餘分而仍以日法通之如法收爲時刻兼用授時而不用百刻之法此則萬世可遵行者也

論授時歷周天歲周

自大衍歷分天自爲天歲自爲歲以蕃歲差之理歷代遵用至郭氏別出新意以萬分爲度即以萬分爲日周天三百六十五萬二千五百七十五分歲周三百六十五萬二千四百二十五分自當時觀之立法若盡善矣由今日論之二者皆非至極之理也夫黃道與列宿天同爲大圜雖高下懸殊度

之廣狹迴異而度數則同非周天之度分多於周歲之度分也歲已周則黃道周矣而不能踵其星之故處非歲有不滿之度分也星自移而東耳譬之太陰二十七日有奇即周天其不能逐及於日者日自行二十餘度耳乃以三百六十五度二千五百七十五分爲周天是并其移動之一百五十分亦算在周天之內則二十八宿之度不溢出一百五十分乎又歲實有平有泛論平歲實只有三百六十五萬二千四百二十一分八十七秒五十微而當時以泛歲實定爲歲周則又多出三分一十二秒五十微矣論正法當即以歲周爲周天以三百六十五度二千四百二十一分八十七秒五十微分隸之於二十八宿別以今率恒星每歲東行五十一秒變

爲日度之分秒微以爲歲差始盡善無弊當時最卑行與恒星行兩竅未啟是以立法甚難此不可不原其情亦不可不知其有未當處也

論歷法隨時修改

歷取象於革久之不能不改非久亦不能改各平行率有積之數十年微覺其差而即改者（如最卑行）有逼前後數百年或千餘年測準之度分用以相距定爲平行其尾數或有未真必甚久而後可改者（如七政平行）有前人立法未精改之而加密者（如日食加時東西差昔以午正爲限後改用黃平象限近又以白道算定交角）有前人用法稍煩改之而徑捷者（如六曜求初均昔用平三角今直角算）若夫黃赤相距之緯古闊而今漸狹太陽本輪均輪之半徑古大而今漸小此二差出

於常理之外前不知若何而始後不知若何而極非法之所能馭惟隨時密測改表以合天行耳

黃赤相距西史第谷測得二十三度三十一分半今測得二十三度二十九分三十秒（康熙五十三年臺官密測立表今又當稍減矣）太陽本輪均輪兩半徑併昔用十萬分之三千五百八十四或以一千萬爲本天半徑則爲三十五萬八千四百一十六日躔加減差表三宮九宮初度其均度二度三分一十秒平春分與定春分相距二日一小時有奇而今平春分與定春分相距一日二十二小時弱則最大之均度一度五十五分（北舊約少八分）本輪均輪兩半徑合得三十三萬五千四百有奇耳

黃道爲諸道之宗太陽爲衆曜之君有此二差則六曜之出

入於黃道離合於太陽者亦因之而小有改變兩半徑雖改算太陽均度舊表亦可借用以三五八四爲一率舊表均數化秒爲二一率今改三三五四有奇爲三率求得四率爲秒以度分收之爲今時加減均率

數學卷一終

數學卷二

歲實消長辨

歲實消長前人多論之者勿庵先生大約主授時而亦疑其百年消長一分以乘距算其數驟變殊覺不倫又謂今現行之歲實稍大於授時其爲復長亦似有據因爲高衝近冬至而歲餘漸消過冬至而復漸長之說蓋存此以待後學之深思永別爲之說謂平歲實本無消長而消長之故在高衝之行與小輪之改兩歲節氣相距近高衝者歲實稍贏近最高者稍朒猶定朔定望定弦之不能均惟逐節氣算其時刻分秒而消長勿論也管見如斯遂不能強同爰引

先生之言逐節疏論於下

歷學答問 授時以萬分爲日故其歲實三百六十五萬二千四百二十五分其數自至元辛巳歲前天正冬至積至次年壬午歲前天正冬至共得三百六十五日二十四刻二十五分若逆推前一年亦是如此（如自庚辰年十一月冬至逆推至己卯年十一

月冬至亦是三百六十五日二十四刻二十五分同前此歲實之數大統與授時並同永按歲實爲歷法大綱領得其眞確之數爲難四分歷以前無論已魏晉以後漸知一歲小餘不及四分日之一隨時測驗一歷必更一斗分不久卽有差此何以故蓋步歷者泥履端於始之義但以歲前冬至距今年冬至計其小餘時刻並入大餘以爲歲實不知冬至距冬至所得者活泛之歲實而非經恒之歲實也欲得經恒歲實宜於近春分時測之元至元時當測定氣春分今歲春分距來歲春分苟得眞時刻則得眞歲實又以前後遠年測準之春分計其日時分秒均之各歲則歲實之恒率確矣此何也太陽因有高卑而生盈縮近數百年間春分則平行當郭氏作歷時定氣春分之日正當平行

之處此以前以後雖有差亦甚微故所得歲實爲恒率得其恒乃可以求其定猶之月必有平朔之策而後可求定朔也郭太史改歷自言創造簡儀高表憑所測實數考正者七事一曰冬至二曰歲餘其於歲實攷之詳矣其求冬至也自丙子年立冬後依每日測到晷景逐日取對冬至前後日差同者爲準得丁丑年冬至在戊戌日夜半後八刻半又定戊寅冬至在癸卯日夜半後三十三刻已卯冬至在戊申日夜半後五十七刻庚辰冬至在癸丑日夜半後八十一刻辛巳冬至在己未日夜半後六刻從甲子日始五十五日零六刻氣應五十五萬六百分爲歷元其求歲餘也自劉宋大明以來測景驗氣得冬至時刻眞數者有六用以相距各得其時合用歲餘考驗四年

相符不差仍自宋大明壬寅年距至今八百一十九年每歲合得三百六十五日二十四刻二十五分減大明歷一十一秒其二十五分爲今歷歲餘合用之數愚以此二條攷之卽郭氏當年所定之歲實已有微差稽之於史又多牴牾其可以是爲消長之準乎夫一歲小餘二十四刻二十五分積之四歲正得九十七刻無餘無欠丁丑年冬至在戊戌日夜半後八刻半則辛巳年冬至宜在己未夜半後五刻半不應有六刻如以辛巳之六刻爲確也則丁丑年宜在九刻不應只有八刻半此四年旣皆實測所得則已差半刻矣而云相符不差何也丁丑年之八刻半雖約取整數未必正是半刻然已有數十分矣其本法上考已往百年而長一分四年所長甚微不應有半刻以下然則當時冬至歲實刻下之

小餘不止二十五分矣又考劉宋孝武帝大明五年辛丑祖沖之所測十月十日壬戌景長一丈七寸七分半十一月二十五日丁未一丈八寸一分太二十六日戊申一丈七寸五分强以壬戌戊申景相較餘二分二釐半爲實以丁未戊申景相較餘六分五釐爲法以法除實得三十四刻六十分以減距日四千六百刻餘四千五百六十五刻四十分折取其日二千二百八十二刻七十分加半日刻午正測景按加半日得二千三百三十二刻七十分命壬戌算外得十一月三日乙酉夜半後三十二刻七十分劉宋都建康比元大都里差應後五十七分則大都此日冬至三十二刻一十三分按劉宋時太陽最高衝在冬至前幾半宮則取冬至前後二十餘日之景折取中數以求冬至仍有差詳見冬至權度條辰初三刻冬至大都減半刻奇大明壬寅辛丑年之十一月即壬寅

歲之始下距至元辛巳八百一十九年以授時歲實積之凡二十九萬九千一百三十三日六十刻七十五分以乙酉辰初三刻距已未丑初一刻凡二十九萬九千一百三十三日七十四刻較多一十三刻。案原本日下小餘九十二刻云較多三十三刻今依算術改正如郭氏百年長一之法以八百一十九總乘所長之數則壬寅冬至甲申日七十九刻太較當時所測算者又先五十餘刻則失之愈遠矣詳冬至權度條又云減大明歷一十一秒考祖沖之大明歷紀法與周天一歲小餘二十四刻二十八分一十四秒授時減去三分一十四秒亦非一十一秒也邢士登律歷考謂金時趙知微重修大明歷小餘二十四分三十六秒實多授時一十一秒郭所減者趙歷非祖歷也其說是然則授時所定歲實猶是近似活泛之數而不可以爲恒欲定經

恒之歲實則西歷恒年表之恒率是矣按表一歲小餘五小時三刻三分四十五秒（一日二十四小時一小時四刻一刻十五分一分六十秒）以分通之三百四十八分有奇以秒通之二萬零九百二十五秒（一日八萬六千四百秒）考其實則回回歷已如此回回歷法一歲三百六十五日歲有十二宮宮有閏日一百二十八年閏三十一日然則一歲閏一百二十八分日之三十一正西法之歲餘也（以一百二十八乘二萬九百二十五得二百六十七萬八千四百以八萬六千四百除之得三十一是也）回回歷以春分爲歲首其歲餘由累測春分得之歐邏巴歷遂用之至今因之雖分下之四十五秒未必無朓朒當亦甚微矣以此平率爲準隨其時之最高衝與最高之行而進退焉冬至近高衝則兩歲冬至之距必多

於平率今時多一分弱夏至近最高則兩歲夏至之距必少於平率今時少一分弱猶之太陰當朔時入轉兩朔相距之日時必多當望時近月孛兩望相距之日時必少告朔時近月孛望時近入轉兩朔兩望相距反是又古時太陽本輪均輪半徑之差大於今日則加減均數亦大而冬至歲實當更增至元辛巳間高衝約與冬至同度則歲實尤大其小餘刻下之分約有三十分而授時定爲二十五分宜其自丁丑至辛巳四年之間即有半刻之差而郭氏未之覺也一年少五分四年少二十分幾於半刻之半矣丁丑年之八刻半本爲約略之數半刻以下固難測算眞的也以西法歲餘依授時萬分日較之只有二十四刻二十一分八十七秒半少授時歲餘三分一十二秒半當時冬至爲盈初小輪半徑差又大其多於平率必不止三分有奇者也

然授時原有消長之法是其新意其法自辛巳元順推至一

百年則歲實當消一分依法推至洪武十四年辛酉滿一百年其歲實消一分爲三百六十五日二十四刻二十四分若自辛巳元逆推至一百年則歲實當長一分法依推至宋孝宗淳熙八年辛丑滿一百年歲實長一分爲三百六十五日二十四刻二十六分每相距增一百年則歲實消長各增一分以是爲上考下求之準大統諸法悉遵授時獨不用消長之法上考下求總定爲三百六十五日二十四刻二十五分此其異也

永按冬至相距之歲實大於平率最高衝有行度而小輪均數又有大小宜其歲實有消長分數然必當時測定之歲實已眞確又知其無可復加而後知將來之漸消若授時歲餘刻下之二十五分尙非確數其差分已見端於丁丑辛巳四年之間則辛巳以後能必其果消乎郭太史歷

考正者七事創法者五事皆不數歲實消長蓋未能眞知所以消長之故但暗用楊忠輔統天歷爲活法以推往古意謂下考將來亦如是耳明大統歷悉遵授時獨不用消長之法當時歷官元統非有確見實測知其不當用消分也以今觀之猶幸大統不用消分冬至縱有先天尚未甚遠倘遽改二十五分爲二十四分其先天不愈多乎（當至元時刻下小餘約有三十分授時一歲少五分百年約先天五刻）歲實卽一年之日數自一年以至千百年共積若干是爲積日亦謂之中積（上考下求皆距至元垂已立算）假如今康熙庚午歲相距四百零九算依授時法推得積日一十四萬九千三百八十四日零一刻八十九分（凡距算四百以上歲實當消四分爲三百六十五日二十四刻二十一分以乘

距算四百零九得如上數大統不用消長則積日爲一十四萬九千三百八十四日一十八刻二十五分兩法相差一十六刻三十六分以命冬至日辰按時得癸卯日丑初三刻大統得癸卯日卯初三刻

永按凡天行盈縮進退必以漸無驟增驟減之理郭氏百年消長一分則是百年之內皆無所差至一百零一年驟增減一分又越百年皆平差一分至二百零一年又驟增減一分豈有此數與法乎卽如其法算數百年後亦當逐節計其消分積而數之不當總計當消之分而以距算總乘之也自一百一年至二百年各消一分積一百分自二百一年至三百年積消二百分併前爲三百分自三百一年至四百年積消三百分併前爲六百分又自四百一年至四百九年積消三十六分併前總消六百三十六分爲六刻三十六分若如郭氏總計消分以乘距算之法遂消去一十六刻三十六分較差一十刻而先天愈多

矣此分算總算兩者皆不成法而總算尤爲無理○案以上小注原本脫去今依秦氏五禮通考引補如大統歷康熙庚午冬至癸卯日卯初三刻授時則丑初三刻○案原本無此七字據五禮通考補查時憲書乃是巳初一刻大統先天一十四刻授時大統用消分不用消分均之無當於天行其故何哉當年所測歲實刻下小餘其數不眞故也歲實已弱矣而又消之安得不先天乎使當年改二十五分爲三十分由辛巳以後漸而消之或庶幾耳曰至元歲餘若果二十四刻三十分則上考當長乎消乎曰上考亦消也蓋至元時高衝與冬至同度小輪均數亦最大故冬至歲實爲長極之時而上考下考皆當消但消於三十分之內非消於二十五分之內也今時高衝在冬至後七八度小輪又漸小冬至歲餘以萬分日計之約二十四刻二十八

九分之間劉宋大明時高衝在冬至前半宮以祖冲之紀法除其歲周當時歲實三百六十五日二十四刻二十八分一十四秒可見至元前後皆消於三十分之內其消甚遲約四百餘年始消一分蓋小輪均數在初宮有若平差故也至一宮以外則漸疾矣若以春分平歲實相較則冬至歲實上下數千年皆在長限之中而至元時尤爲長之極必俟高衝行至春分則冬至歲實始平如今之春分又數千年高衝行至夏至最高行至冬至則冬至○案原本脫去此三字據五禮通考補歲實始爲消之極耳如今之夏至然冬至歲實消則春分歲實長冬至歲實消之極則夏至歲實又爲長之極矣抑今日本輪差小古時差大則消長中復有消長苟知此理則後之治歷者但隨時測高衝之行與小輪之差以算定氣而歲實消長俱可勿論猶之太陰但實算定朔定望定弦不必復計

此月與彼月多於朔策幾何少於朔策幾何也

又曰（歷學疑問）問歲實既有一定之數授時何以有消長之法曰此非授時新法而宋統天之法然亦非統天億創之法而合古今累代之法而爲之者也

永按統天歷宋寧宗時楊忠輔所造其歲實與授時正同以斗分乘距差爲躔差暗藏加減之法約百年加減一分零六秒弱然行之未久鮑澣之造開禧歷臧元震造成天歷皆增歲實改各率紛紛竟無定論云

蓋古歷周天三百六十五度四分度之一一歲之日亦如之故四年而增一日其後漸覺後天皆以爲斗分太强因稍損之

永按古歷四年而增一日其術甚疏雖古斗分宜多亦百數十年即當後天一日何以自周迄漢久而後覺曰周之歷邪失之先天僖公五年辛亥日南至昭公二十年己丑日南至皆先天二三日歷數百年以有餘之歲實盈其所先之數乃適得其平約在周秦間厥後猶執四分之術漸失之後天故久而後覺耳

自漢而晉而唐而宋每次改歷必有所減以合當時實測之數故用前代之歷以順推後代必至後天以斗分強也斗分即歲餘若用後代之歷據近測以逆溯往代亦必後天以斗分弱也

永按漢已前之冬至非實測先後天或至二三日後漢末

劉洪始覺其後天而改斗分東晉虞喜始立歲差法後秦姜岌始知以月蝕衝檢日宿度所在而劉宋之初冬至猶後天三日大明時祖冲之始解於測景以冬至前後二十餘日之景比對取中而定冬至然後冬至日躔漸得其實猶不能盡合也故唐一行謂麟德歷已前實錄所記乃依時歷書之非候景所得郭太史謂自大明歷以來測景驗氣得冬至時刻眞數者有六然則實測之能合天者亦鮮矣

統天歷見其然故爲之法以逼之於歲實平行之中加一古多今少之率則於前代諸歷不相乖戾而又不違於今之實測此其用法之巧也然統天歷藏其數於法之中而未嘗明

言消長授時則明言之今遂以爲授時之法耳郭太史自述創法五端初未及此也

永按授時歷實暗用統天之法者也其歲餘二十四刻二十五分與統天同而上推百年長一之法亦相似故授時歷議謂自魯獻公戊寅至至元辛巳冬至日名共四十九事授時法合者三十九不合者十統天不合者惟獻公戊寅與授時異餘三十八與授時同二歷推冬至略相似也然而劉宋大明壬寅歲前冬至乙酉夜半後三十二刻七十分則當時祖沖之測景推算所得者縱有未確亦不甚遠（當時所算約後天十六刻詳見冬至權度）依授時統天法皆推甲申日戌初初刻先天甚多豈可謂大明非而授時統天是歟郭氏謂

自大明以來測景驗氣得冬至時刻眞數者有六用以相距既以大明壬寅之冬至爲得眞數之首矣及用法推算即失此至乃謂日度失常其可乎以今觀之一由授時所定歲餘本未眞一由長數當漸積不當總計長分而以八百一十九距算總乘之也統天距差乘曠差減泛積失亦略同然則大統歷何以不用消長曰此則元統之失也當時李德芳固已上疏爭之矣然在洪武時去授時立法不過百年所減不過一分積之不過一刻故雖不用消長無甚差殊也崇禎歷書謂元統得之測驗竊不謂然何也元統與德芳辯但言未變舊法不言測驗有差又其所著通軌雖便初學殊昧根宗間有更張輒違經旨如月食時差既內分等俱妄改背理豈能於冬至加

時先後一刻之間而測得眞數乎

永按明初李德芳與元統爭歲實消長爲歷家一段公案關係有明二百餘年之歷法邢士登恨元統不用消分致萬歷間節氣後天九刻有奇愚有以斷之據授時歲實上考固宜有長分矣然而授時之歲餘本未確則所據以爲長之端者亦未眞既言每百年長一分則當以漸而長乃總計長分以乘距算則又無此算法觀其推至大明壬寅已違當時之實測又何論春秋以前乎德芳所據者謂魯獻公十五年戊寅天正甲寅冬至依授時法推得甲寅日夜子初三刻依大統法推得已未日午正三刻（已未史誤作丁巳）相差四日六時五刻當用至元辛巳爲元及消長之法方

合天道夫魯獻公之年史有舛錯本難憑信漢志謂獻公十五年甲寅冬至此自劉歆三統歷逆推當年冬至是甲寅耳豈有實測紀之信史哉而德芳以此駁元統其無卓識可知矣然元統之不用消長也初無實據但云上考下推不用消長以合天道又云天道無端惟數可以推其機天道至妙因數可以明其理理因數顯數從理出故理數可相倚而不可相違夫既未嘗實測而憑虛以言天道言理數宜其不能服德芳也今日歷學大明由後觀之前此二百餘年猶幸元統不用消分冬至加時先天尚未甚遠益授時歲餘一歲約少五分自至元辛巳至洪武甲子一百零三年固已先天五刻矣使大統減一分又越百年二

百年而更減之先天不愈多乎邢士登謂萬歷間大統歷後天九刻此非有所測驗但據用消分與不用消分積算如此豈知明歷皆失之先天乎觀前所舉康熙庚午年時憲書癸卯日巳初一刻冬至依大統算卯初三刻先天一十四刻若依授時算丑初三刻則先天三十刻自辛酉溯戊辰五十餘年約減二三刻則戊辰以前大統歷率先天十一二刻若用授時法先天遂至二十七八刻矣此豈可厚非大統乎

然則消長必不可廢乎曰上古則不可知矣若春秋之日南至固可考據而唐宋諸家之實測有據者史冊亦具存也今以消長之法求之其數皆合若以大統法求之則皆後天而

於春秋且差三日矣安可廢乎

永按春秋時歷法最疏置閏或疏或密日食或不在朔則步冬至違天可知僖公五年丙寅正月辛亥朔日南至以今法推此年平冬至乙卯日巳時定冬至在甲寅卽今此時小輪均數大能使定氣移前一日半亦不過癸丑日之夜刻辛亥實先天二三日且定朔壬子亦非辛亥也昭公二十年己卯二月己丑日南至以今法推此年平冬至壬辰定冬至辛卯當時推己丑亦先天二日且己丑爲此年正月朔安得爲二月也授時推僖公五年冬至以歲餘長十九分乘距算一千九百三十五加於中積得辛亥日寅初二刻是以總長分數乘距算而非積漸而長亦因傳有

辛亥日南至之交强爲此算以求合不知辛亥非實測也唐一行謂僖公登觀臺以望而書雲物出於表晷天驗非時史億度愚謂傳言書雲未嘗言測景其推昭二十年冬至以十八乘距算一千八百零二則不得已丑而得戊子日戊初三刻其先天愈甚矣此二事一合一否皆不足爲據且既能上合一千九百餘年之冬至矣何以劉宋元嘉丙子十一月甲戌景長而推癸酉大明辛丑十一月乙酉冬至卽壬寅天正冬至而推甲申此二事皆八百餘年反先天一日豈非總分乘距算之法非法故失之乎然則統天授時之法同乎曰亦不同也統天歷逐年迭差而授時消長之分以百年爲限則授時之法又不如統天矣永按統天以距差乘躔差其失亦與授時等由其根數未確

夫必百年而消長一分未嘗不是乃以乘距算其數驟變殊覺不倫鄭世子黃鍾歷法所以有所酌改也假如康熙辛酉年距元四百算故消四分而其先一年庚申距算三百九十九只消三分是庚申年歲餘二十四刻二十二分而辛酉年歲餘二十四刻二十一分也以此所消之一分乘距算得四百算則辛酉歲前冬至忽早四刻而次年又只平運以實數計之庚申歲反只三百六十五日二十刻二十二分辛酉年則又是三百六十五日二十四刻二十一分其法舛矣

永按授時之謬法勿菴先生亦既覺之矣抑不惟如此而已年愈遠則失愈甚如推至春秋時一千九百年則歲餘二十四刻四十四分若一千九百零一年歲餘增一分此一分乘距算一千九百零一前一歲忽增一十九刻有奇則歲實有三百六十五日四十三刻有奇豈不甚可笑乎況又有遠於此者乎

問歲實消長之法既通於古亦宜合於今乃今實測之家又以爲消極而長其說安在豈亦有所以然之故與曰授時雖承統天之法而用消長但以推之舊歷而合耳初未嘗深言其故也惟歷書則爲之說曰歲實漸消者由日輪之轂漸近地心也余嘗竊疑其說今具論之夫西法以日天與地不同心疏盈縮加減之理其所謂加減皆加減於周天三百六十度之中非有所增損於其外也如最高則視行見小而有所減最卑則視行見大而有所加加度則減時矣減度則加時矣然皆以最卑之所減補最高之所加及其加減既周則其總數適合平行略無餘欠也若果日輪之轂漸近地心不過其加減之數漸平耳加之數漸平則減之數亦漸平其爲遲

速相補而歸於平行一也豈有日輪心遠地心之時則加之數多而減之數少日輪心近地心時則減之數少而加之數多乎必不然矣

永按冬至相距之日時古今有多少不過泛歲實與平歲實相差其相差又有舒疾之漸耳若知冬至有平有定本不必言消長必欲言其消長則其故有二一由高衝離冬至有遠近一由日小輪古今有大小也高衝自秋分行至冬至此三宮定冬至皆在平冬至前自冬至行至春分此三宮定冬至皆在平冬至後總此六宮上下約萬年以今時最高衝行約之皆在長限以其冬至泛歲實皆多於平歲實故也惟高衝正當秋分春分此兩歲歲實皆平即西法三百六十五日五小時

四十八分四十五秒是也離此則漸有差前二宮由平而漸增多是爲長中之長至高衝與冬至同度則定冬至與平冬至同日同時是爲長之極當郭大史作歷正其時也後三宮由極多而漸減以至於平是爲長中之消今時高衝在冬至後八度其消尚未多也若高衝過春分而行至夏至此三宮定冬至亦在平冬至後自夏至行至秋分此三宮定冬至又在平冬至前總此六宮亦約萬年皆在消限以其冬至泛歲實皆少於平歲實故也前三宮由平而漸減是爲消中之消至高衝與夏至同度則定冬至亦與平冬至同日同時是爲消之極後三宮由極少而漸增以至於平是爲消中之長此通高衝行一周天而總論其消長也然而太

陽兩小輪半徑三千五百八十四古多而今少多則小輪稍大日躔加減均亦稍大少則小輪稍小加減均亦稍小高衝之行一年一分一秒十微（西士後測）此一分一秒十微若在均數稍大之中則度分變爲時分之秒數以加減於平時者必稍多若在均數稍小之中則度分變爲時分之秒數以加減於平時者必稍少（如崇禎戊辰所立之加減差表初宮之初度十一宮之末度每一十分均數二十二秒高衝一年行一分一秒十微約均數二秒有奇此二秒有奇變爲時約五十七秒以加於平歲餘五小時三分四十五秒得五小時四分四十二秒如小輪稍大則初度一十分之均不止二十二秒而一歲高衝之行不止得均二秒有奇其變時亦不止五十七秒矣如小輪稍小則初度十分不及二十二秒高衝之行得均數不及二秒則變時亦不及五十七秒矣此略舉初度之均以爲例其他可類推）古今小輪之大小雖不可盡知以劉宋元嘉大明間屢年之實測算當

時之不同心差蓋四千有奇詳冬至權度則均數必稍強至元
授時歷冬至盈初加分多於今日之加分則當時小輪半
徑不止三千五百八十四自此以後至今日小輪漸小均
數亦漸小高衝行度所得之均數以減度加時者亦稍弱
焉此又因輪轂漸近地心而微有消分也
又考日躔永表彼固原未有消長之說日躔歷指言平歲用
授時消分定歲則用最高差及查恒年表之用則又只用平
率是其說未有所決也
永按歷書非出一手故有不相應處其歲實平率出回歷
回歷得之實測春分此歷書最緊要處惜未明白剖析其
日躔表說辯論從前言消長者之非則固有定說矣但小

餘微有不同耳歷書平歲實小餘五小時三刻三分四十五秒以萬分通之是二四二一八七五也今歷象考成亦用之而日躔表說二四二一八八六四較多一一四

又歷書言日輪漸近地心數千年後將合爲一點若前之漸消由於兩心之漸近則今日之消極而長兩心亦將由近極而遠數千年後又安能合爲一點乎彼蓋見授時消分有據而始爲此說非能極論夫消長之故者也

永按七政皆有小輪獨日之小輪有改變竊意久亦必復豈有與地心合爲一點之理自至元辛巳以後正是長極而消非消極而長也曰今實測之冬至後於授時之中積分明是長而以爲消何也曰前已言之矣授時歲餘刻下之分當有三十分而郭氏定爲二十五分也授時之歲實

豈非出於實測然因其自述丁丑辛巳四年冬至得其自相乖違之處因以知至元時爲長極而消之大界與日躔加減表十一宮未度以前均數漸減之理固相符也

然則將何以求其故曰授時以前之漸消既徵之經史而信矣而今現行歷之歲實又稍大於授時其爲復長亦似有據竊考西歷最高卑今定於二至後七度依永年歷每年行一分有奇則授時立法之時最高卑正與二至同度而前此則在至前過此則在至後豈非高衝漸近冬至而歲餘漸消及其過冬至而東又復漸長乎余觀七政歷於康熙庚申年移改最高半度弱而其年歲實驟增一刻半强此亦一徵也存此以俟後之知歷者

已未年最高在夏至後六度三十九分庚申年最高至夏至後七度七分除本

行外計新法二十七分已未年冬至庚戌日亥正一刻四分庚申年冬至丙辰日寅正二刻二分實計三百六十五日二十四刻十三分前後各年俱三百六十五日二十三刻四分或五分以載庚申年歲實驟增一刻九分

永按歲實消長之故一由最高衝之有行度先生因最高改移歲實驟增而悟及此猶云存之以俟知者亦欲後人由此致思也然其所言消長若與實算相反何也日躔加減表初宮與十一宮同均而加減異號至元辛巳以前高衝行未及冬至則用初宮之均度分秒加度而減時辛巳以後高衝行已過冬至則用十一宮之均度分秒減度而加時前減時則定冬至在平冬至前後加時則定冬至在平冬至後初宮之初度與十一宮之末度其均最大則一歲高衝之行所得均數最多變爲時以加減於平時者亦

最多故此處歲實極大皆最長之時也初宮若離初度稍遠與十一宮若離末度稍遠則均漸少而變時以加減平時者亦少歲實亦稍減矣故高衝行漸近冬至其均由少而多歲實正漸增以至於極也而此謂歲餘漸消高衝已過冬至其均由多而少歲實則由極多以漸減也而此謂復漸長豈非與實算相反乎蓋先生論消長不主平歲實爲根耳

王寅旭曰歲實消長其說不一謂由日輪之轂漸近地心其數浸消者非也日輪漸近則兩心差及所生均數亦異以論定歲誠有損益若平歲歲實尚未及均數則消長之源與兩心差何與乎識者欲以黃赤極相距遠近求歲差胞胎與星

歲相較爲節氣消長始終循環之法夫距度既殊則分至諸限亦宜隨易用求差數其理始全然必有平歲之歲差而後有朓朒之歲差有一定之歲實而後有消長之歲實以有定者紀其常以無定者通其變始可以永久而無弊

永按古今言歲實消長者皆從冬至歲實言之非論平率歲實也因兩心差及所生均數異而定氣微有損益是亦消長之一根不可謂其無與若黃赤極相距遠近求差數此說恐未然其言有平歲之歲差而後有朓朒之歲差有一定之歲實而後有消長之歲實此數言極中肯綮一定之歲實從春分測定之平歲實是也苟知此則但言平冬至定冬至不必言消長亦可矣

按寅旭此論是欲據黃赤之漸近以爲歲實漸消之根蓋見西測黃赤之緯古大今小今又覺稍贏故斷以爲消極復長之故然黃赤遠近其差在緯歲實消長其差在經似非一根又西測距緯復贏者彼固自疑其前測最小數之未眞則亦難爲確據愚則以中歷歲實起冬至而消極之時高衝與冬至同度高衝離至而歲實亦增以經度求經差似較親切愚與寅旭生同時而不相聞及其卒也乃稍稍見其書今安得起斯人於九原而相與極論以質所疑乎

永按先生經緯之辨最確而謂高衝與冬至同度爲消極之時永已論之於前

又曰考最高行及歲餘按日行盈縮細攷之則春分距夏至夏至距

秋分雖皆縮歷而其縮亦不同秋分距冬至冬至距春分雖皆盈歷而其盈亦不同又且年年不同細求之則節節不同又細求之且日日不同矣其故何也蓋最高一點不在夏至而在其後數度且又年年移動此太陽盈縮之根而歲實所以有消長也

永按以太陽盈縮之根推歲實所以有消長此先生之定見定說也

按庚申年夏至至冬至一百八十三日十三刻六分辛未年夏至至冬至一百八十三日十四刻九分十二年中共長一刻三分（中積只十一年）壬戌年冬至至次年夏至一百八十二日九刻九分庚午年冬至至次年夏至一百八十二日八刻十分

九年中共消十四分（中積共只八年）又合計癸亥夏至前半周一百八十二日九刻九分冬至前半周一百八十三日十三刻十分相較一日四刻一分辛未夏至前半周一百八十二日八刻十分冬至前半周一百八十三日十四刻九分相較一日五刻十四分八年中較數增一刻十三分

永按此以半年之氣前後相較驗最高之東移若以兩歲冬至春分夏至秋分及各節氣兩歲相距皆各有其歲實而冬至爲最大夏至爲最小春秋分爲近平又越數十年而諸歲實亦微有不同矣前代只知冬至歲實不知逐節氣皆有歲實也

然二分之相距則無甚差何也蓋最高移而東則夏至後多

占最高之度而減度加時之數益多故益長高衝移而東則冬至後多占最卑之度而加度減時之數益多故益消其近二至處皆爲加減差最大之處故消長之較已極也乃若二分與中距雖亦歲移而中距皆爲平度不係加減其最高前後視行小之度固全在春分後半周最高衝前後視行大之度亦全在秋分後半周毫無移動故不甚消長也

永按二分無甚差故欲得平歲實須於近二分時測之若高衝行至春分則二分之距又最大而二至反平矣

按授時消分爲不易之法今復有長者何耶西法最高卑之點在兩至後數度歲歲東移故雖冬至亦有加減不得以恒爲定也此是西法中一大節目其法自回回歷即有之然了

凡先生頗采用回回法而不知此熊礪石先生親與西儒論歷而亦不言及何也

永按最高卑之有行度誠西法中一大節目袁氏新書不知有最高卑又何以能較論前代諸歷之先後天乎

又曰（歷學疑問）袁了凡新書通回回之立成於大統可謂苦心然竟削去最高之算又直用大統之歲餘而棄授時之消長將逆推數百年已不效況數千萬年之久乎

永按袁書逆推數百年已不效誠然若棄授時之消長則無足論授時本非不刊之法也今時歷象考成推步只有求天正冬至與求定冬至之法而不言消長紛紛之論可定矣

數學卷二終

數學卷三

恒氣註歷辭

改憲以來用定氣註歷久矣勿菴先生嘗舉康熙己未以後歷年高行以及四正相距時日別爲一卷而云治歷首務太陽太陽重在盈縮又云西法最高卑之點在兩至後數度歲歲東移故雖冬至亦有加減不得以恒爲定此是西法中一大節目則先生亦甚重定氣矣而疑問補等書謂當如舊法之恒氣註歷持論甚堅永深思之謂恒氣與平氣不同冬至既不得以恒爲定則諸節氣亦當用定不可用恒爰引先生之說疏論其下惜不獲依門牆而質正也

勿菴先生曰歷學疑問補問舊法節氣之日數皆平分今則有長短何也曰節氣日數平分者古法謂之恒氣以歲周三百六十五日二十四刻奇平分爲二十四氣各得一十五日二十一刻八十四分奇其日數有多寡者謂之定氣冬至前後有十四日奇爲一氣夏至前後有十六日爲一氣其餘節氣各各不同竝以日行盈歷而其日數減行縮歷而

其數增二者之算古歷皆有之然各有所用唐一行大衍歷議曰以恒氣注歷以定氣算日月交食是則舊法原知有定氣但不以之註歷耳

永按七政在天皆有平行有視行平行爲步算之根視行爲人事之用故月必以定朔定望推交食五星必以歲輪視度察陵犯太陽尤爲氣化之主其用於人最大雖行於本天者一日一度（此古之日度）無盈縮進退而輪有高卑人視黃道上度有盈縮則氣有長短一切分至啟閉及諸節氣皆當用其視行之定氣不當用其平行之恒氣也何以言之如云冬至夏至至者極也人視日極南極北立表測之景極長極短而晝夜之短長亦於此日爲極也春分秋分

黃道與赤道交日正當其交處陽歷陰歷於此分而晝夜時刻均亦於此日平分也若景非極長極短不得謂之至日不正當赤道不得謂之分故皆當用視度不用平度如史紀冬至有從測景得者書曰某日景長景長者定冬至非平冬至也平與定之差隨高衝離冬至遠近而異元至元以前定冬至皆在平冬至前至元以後定冬至皆在平冬至後其相差之極亦如今之春秋分前後約二日有奇長之日人事之最重大者如朝會圜邱皆以是日爲定則自古以來冬至皆用定氣矣一歲節氣獨冬至用定其餘二十三氣皆用恒宰有是理況其所謂恒氣者並非恒氣

日躔加減差表均數最多者二度有奇故平氣定氣能差二日有奇

也如欲定在天之恒氣當以太陽本天界爲二十四段一段均得十五度（據今法整度言之）又以一歲三百六十五日二十三刻三分四十五秒之平歲實剖而析之（據今歷歲實平率言之）分爲二十四氣一氣約得十五日二十刻一十四分三十一秒五十二微半（亦據今之刻分秒微言之）以平冬至起根而均派之猶曰此在天太陽平行之平氣也今乃以太陽視行之定冬至與來歲定冬至相距之時日折半以爲夏至四折以爲春秋分又均派以爲諸中氣節氣無論春秋分非交赤道之日即諸中氣節氣亦無一氣合乎在天之均平者矣何也平冬至與定冬至起根不同也兩歲冬至相距爲活泛之歲實與平率歲實多寡不同也如月有平朔平望平弦

有定朔定望定弦步算者必以月之經朔時日爲根（即平朔）以朔策累加之爲逐月經朔朔策折半爲平望四折爲平弦若以此月定朔與後月定朔之時日（多者二十九日九時少者二十九日）三時折半爲望又折半爲弦則平者皆非平矣古歷不知定朔自唐以來既用定朔定望推交食必無復用平朔平望註歷之理若以定朔爲距折半爲望又折半爲弦無此理亦無此法恒氣亦猶是也古歷家惟隋劉焯皇極歷始用定氣其歷未頒行大衍歷以後諸家皆有推定氣之法然一行之言曰凡推日月度及軌漏交食依定氣注歷依常氣則唐以後歷家必用恒氣注歷者皆一行此言誤之也何可復仍其誤乎

譯西法者未加詳考輒謂舊法春秋二分並差兩日則厚誣古人矣夫授時歷所註二分日各距二至九十一日奇乃恒氣也歷經歷草皆明言恒氣永按授時之恒氣與大衍之恒氣雖若無異亦微有辨至元時平冬至與定冬至時刻略同則其均派之恒氣以定冬至爲根猶之以平冬至爲根也若一行作歷在至元辛巳前五百五十餘年高衝約在冬至前十度其時兩心差又較大定冬至約在平冬至前四十餘刻其所謂恒氣者以定冬至爲距非以平冬至爲根則當年恒氣二分加時或近夜半前後者與在天之平氣二分相差亦可一日矣春分先天秋分後天此理一行固未知郭氏亦未曉郭氏之時與天偶符由太

陽有高卑高卑又有行度兩心又有微差重關未啟故也

今日此理已明固可無疑於定氣

其所註晝夜各五十刻者必在春分前兩日奇及秋分後兩日奇則定氣也定氣二分與恒氣二分原相差兩日授時既遵大衍歷議以恒氣二分註歷不得復用定氣故但於晝夜平分之日紀其刻數則定氣可以互見非不知也且授時果不知有定氣平分之日又何以能知其日之爲晝夜平分乎

永按授時固明言四正定氣矣然自小寒至大雪二十三氣皆用恒氣註歷由惑於一行之歷議亦由當時高衝與冬至同度最高與夏至同度冬至爲盈初夏至爲縮初意其盈縮之限常如此故以兩冬至相距之時日均派爲二

十四氣以爲合於天之平分時日也設當時早有西士之說發明最高最卑隨時推移之理而告之曰今日之盈初在冬至縮初在夏至者由太陽高卑兩點與二至同度故也向後五十餘年兩點各東移一度則平冬至與定冬至不相值而諸節氣中氣平定皆不同矣又細推之前後一歲半歲亦微有不同者矣及其極也平冬至與定冬至相差兩日有奇當是時猶以兩定冬至相距時日均派爲二十四氣則小寒至大雪二十三氣不皆與平氣相差兩日乎倘欲並冬至亦用平舍景長之日而用景未極長之日既有所未可或欲令二十三氣皆從平冬至起根而均派之則是冬至至小寒驟減兩日只有十三日大雪至冬至

驟增兩日竟有十七日奇也寧有是理乎進退無所據則欲邊大衍常以恒氣註歷者爲舛矣郭氏閻此論亦當別立隨時推定氣之法不當以恒氣註歷矣

夫不知定氣是不知太陽之有盈縮也又何以能算交食何以能算定朔乎經朔猶恒氣定朔猶定氣望與上下弦亦然

永按經朔猶恒氣定朔猶定氣此理極是然恒氣與經朔猶有辨何也經朔以日月平行算其相會是以平爲根今註歷之冬至由日躔加減表與日差表定其加時則是視行之定冬至非平行之平冬至矣上下數千年惟至元辛巳間定冬至卽平冬至其他皆有差其相差之極至二日猶執算定之冬至以爲根逐氣均派命爲恒氣而謂其猶

經朔可乎

夫西法以最高卑疏盈縮其理原精初不必爲此過當之言良由譯書者並從西法入手遂無暇參稽古歷之源流而其時亦未能有眞知授時立法之意者爲之援據古義以相與虛公論定故遂有此等偏說以啟後人之疑議不可不知也

永按歷書之言固過然使今日猶執一行之恒氣註歷推其流失有如前條進退無據之云者

又曰其所以爲此說者無非欲以定氣注歷使春秋二分各居晝夜平分之日以見授時古法之差兩日以自顯其長殊不知授時是用恒氣原未嘗不知定氣不得爲差而西法之長於授時者亦不在此以定氣注歷不足爲奇而徒失古人

置閏之法欲以自暴其長反見短矣故此處宜酌改也後條詳之

永按授時雖知有定氣未知盈縮二根之有推移今時冬至既不爲盈初則據定氣冬至爲根均派一歲之二十三氣似不得爲長矣失古人置閏之法詳見後辯

又曰問授時既知有定氣何爲不以註歷曰古者註歷只用恒氣爲置閏地也

永按定氣註歷亦正爲密於置閏地也閏以無中氣之月爲的然必合算定朔定氣視其無中氣之月置閏於此爲眞閏月若只用定朔而不用定氣則無中氣之月未必果無中氣也譬之算定朔必合太陽盈縮太陰遲疾視其相

會之日命爲朔乃爲眞定朔若得其一遺其一則或有以晦爲朔以二日爲朔者矣古歷置閏疏謬後漸知用定朔置閏於無中氣之月矣而不知用定氣則無中氣之月亦非眞然則堯命羲和以閏月定四時之法至今日始精耳

春秋傳曰先王之正時也履端於始舉正於中歸邪於終（邪與餘同謂餘分也 永按左傳本作餘漢書引作邪）履端於始序則不愆舉正於中民則不惑歸邪於終事則不悖蓋謂推步者必以十一月朔日冬至爲起算之端故曰履端於始而序不愆也

永按履端於始先生說近是然不必朔日也一歲始冬至即履端於始也杜注步歷之始以爲術之端首似後世之推歷元者非也

又十二月之中氣必在其月如月內有冬至始爲仲冬十一月月內有雨水始爲孟春正月月內有春分斯爲仲春二月餘月並同皆以本月之中氣正在本月三十日之中而後可名之爲此月故曰舉正於中民則不惑也

永按舉正於中正卽三正之正舉此正朔示民使民遵之故曰民則不惑正月爲歲首而言舉正於中者對冬至爲始歲終爲終則正朔在其中間也周之正雖與冬至同月而步歷猶以冬至爲始故舉正於中且言先王之正時亦通三正而言之也杜註云舉中氣以正月果爾何以不云舉中而云舉正乎且古歷節氣亦由略而詳由疏而密上古少皞氏以鳥名官有司分司至司啟司閉而左氏亦云

凡分至啟閉必書雲物啟者立春立夏閉者立秋立冬並二分二至爲八節則古時只有八節未有二十四氣也二十四氣之名蓋秦漢以來始有之其名義大約有所本如云驚蟄者本夏小正之啟蟄月令之蟄蟲始振也雨水者本月令之始雨水也芒種者本周禮澤草所生種之芒種也小暑者本月令小暑至也處暑者本楚語處暑之既至也白露者本月令白露降也霜降者本荀子霜降殺內月令霜始降也大寒者本魯語大寒降也而中氣節氣漢以來亦有小異漢以驚蟄爲正月中雨水爲二月節而劉歆三統歷始改雨水爲正月中驚蟄爲二月節三統歷猶以穀雨爲三月節淸明爲三月中而易緯通卦驗則以淸明

爲三月節穀雨爲三月中然則左氏時尙未有中氣節氣如今歷之詳密不得以舉正爲舉中氣若一月之內只有一節氣而無中氣則不能名之爲何月斯則餘分之所積而爲閏月矣閏卽餘也前此餘分累積歸於此月而成閏月有此閏月以爲餘分之所歸則不致春之月入於夏且不致冬之月入於明春故曰歸邪於終事則不悖也

永按左氏之意本謂閏月當在歲終今文公元年閏三月爲非禮（文公元年本無閏三月永別有辨此未暇及）此左氏習見當時置閏常在歲終故爲此言本非確論亦可見古歷未有中氣節氣如後世之詳密不能定其當閏何月故不得已總歸之歲

末秦人以十月爲歲首閏月則爲後九月漢初猶仍其失太初歷以後始改之左氏歸餘於終之言信矣梅先生謂歸餘分於無中氣之月則終字之義似無所指然先生於此句本有兩說其答李祠部云閏月之議大旨不出兩端其一謂無中氣爲閏月此據左氏舉正於中爲說乃歷家之法也其一謂古閏月俱在歲終此據左氏歸餘於終爲論乃經學家之詁也古今歷法原自不同推步之理踵事加密故自今日言歷則以無中氣置閏爲安而論春秋閏月則以歸餘之說爲長何則治春秋者當主經文今考本經書閏月俱在年終此其據矣按歸餘於終當以此說爲正然則上句舉正於中非謂舉中氣以正月益明矣

然惟以恒氣註歷則置閏之理易明何則恒氣之日數皆平分故其每月之內各有一節氣一中氣（假如冬至在十一月朔則必有小寒在其月望後若冬至在十一月晦則必有大寒節氣在其月望前餘月並然）此兩氣策之日合之其三十日四十三刻奇以較每月常數三十日多四十三刻奇謂之氣盈又太陰自合朔至第二合朔實止二十九日五十三刻奇以較每月三十日又少四十六刻奇謂之朔虛合氣盈朔虛計之共餘九十刻奇謂之月閏乃每月朔策與兩氣策相較之差也（假如十一月經朔與冬至同時刻則大寒中氣必在十二月經朔後九十刻而雨水中氣必在次年正月經朔後一日又八十刻奇其餘月並準此求之）積此月閏至三十三個月間即二年零九個月）其餘分必滿月策而生閏月矣閏月之法其前月中氣必在其晦後月中氣必在其朔閏月只有一節氣而無

中氣然後名之爲閏月假如閏十一月則冬至必在十一月之晦大寒必在十二月之朔而閏月只有小寒節氣更無中氣則不可謂之爲十一月亦不可謂之爲十二月即不得不名之爲閏月矣斯乃自然而然天造地設無可疑惑者也一年十二個月俱有兩節氣惟此一個月只一節氣望而知爲閏月

永按造化之妙莫妙於均平與參差二者相爲用也若無均平之數則無以爲立算之根若無參差之行則無以爲變化之用故七政各居一重天各有其本行而必有本輪均輪以生盈縮遲疾且復有最高最卑之行度焉又有兩心差之攷焉所以變動不窮也使太陽可用恒氣何不去其小輪終古只一平行乎置閏於無中氣之月用定氣而理愈精○案以上十五字原本並脫依五禮通考補

今以定氣註歷則節氣之日數多寡不齊故遂有一月內三節氣之時又或有原非閏月而一月內反只有一中氣之時其所置閏月雖亦以餘分所積而置閏之理不明民乃惑矣永按一月三節氣甚稀間有之今時必在冬月又必定朔最大然後有此其或首尾皆節氣而中氣在月中也則去閏月尚遠其或首尾皆中氣而節氣在月中也則置閏在此月之前不以後月爲閏此於置閏之法初無所妨若一月之內只一中氣更無妨於閏月矣

然非西法之咎乃譯書者之疏略耳何則西法原只有閏日而無閏月其仍用閏月者遵舊法也亦徐文定公所謂參西洋之巧算入大統之型模也

永按定氣注歷改憲之大者當時譯書者之失惟在星紀等名係諸中氣耳

按堯典云以閏月定四時成歲乃帝堯所以命羲和萬世不刊之典也今既遵堯典而用閏月即當遵用其置閏之法而乃不用恒氣用定氣以滋人惑亦昧於先王正時之理矣是故測算雖精而有當酌改者此亦一端也

永按義和之歷或用恒氣與否不可攷使當時惟知用恒氣今改用定氣猶平朔改爲定朔其理益精當耳

又曰今但依古法以恒氣註歷亦仍用西法最高卑之差以分晝夜長短進退之序而分註於定氣日之下即置閏之理昭然衆著而定氣之用亦並存而不廢矣

永按定氣之用甚大一切陰陽五行自支干出者或係於月建則交節氣之日時爲要未交節氣係前月既交係今月或係於年歲則交立春之日時爲要未交立春係前年既交係今年諸節氣中氣各方農家或以之占候有驗而祿命三式諸術不可盡信亦不可盡廢者年月干支爲綱維其交界之際尤不可不確也定氣恒氣之差小者在時大者在日其極差兩日有奇此豈可不辯其理之是非以定年月之交界而姑爲並存之說使定氣僅爲分晝夜長短之用乎夫定氣所以必當用者何也太陽有本輪均輪本輪之心恒平行於本天而太陽之體實旋行於輪上從地心出線至輪心其度皆平度若太陽行輪上有加減則人視黃道所當之度非輪心之

度而氣亦非均平之氣日行卑時氣策未滿而度已盈故氣短日行高時氣策已滿而度未盈故氣長其積差在高卑之中兩日有奇故定氣之度即黃道上平剖爲二十四段者太陽既到其上即爲實度其氣即爲真氣人生於地安得不稟於其所視而更從輪心之平行者乎況又不以平冬至爲根而以定冬至起算天上原無此界限夫以本無之界限命爲恒氣而注之歷以爲民用大者係一年次者係一月非前人之失乎

又按恒氣在西法爲太陽本天之平行定氣在西法爲黃道上視行平行度與視行度之積差有二度半弱西法與古法略同所異者最高衝有行分耳古法恒氣注歷即是用太陽

本天平行度數分節氣

永按定氣時日不均而度均若恒氣者時日均而度反不均矣且又以定冬至起算即非本天平行度數之分限（觀後王辰年節氣圖可見）

又曰歷學駢枝按古歷每日行一度原無盈縮言盈縮者自北齊張子信始也厥後隋劉焯唐李淳風僧一行言之綦詳歷宋至元爲法益密然不以之注歷者爲閏月也大衍歷議曰以恒氣注歷定氣算日月食由今以觀固不僅交食用盈縮也凡定朔定望定弦無處不用但每月中節仍用恒氣不似西洋之用定氣耳西洋原無閏月祇有閏日故以定氣注歷爲便若中土之法以無中氣爲閏月故以恒氣註歷爲宜治西

法者不諳此理輒訶古法爲不知盈縮固其所矣

永按定氣注歷無妨於置閏而置閏得此始眞前已辨之明矣若唐以來中土歷家知有定氣而仍以恒氣注歷者其故多端一由不知日之所以盈縮者生於小輪也一由不知盈縮之初限不恒係二至也一由不知冬至相距爲活泛歲實而別有恒歲實也一由不知景長爲定冬至而別有平冬至也一由不知恒氣起定冬至天上無此界限也種種機竅未啟宜其貿貿然用之以註歷豈謂其宜於置閏哉洽西法者不能明辨恒氣之失而徒訶古法爲不知盈縮此則徐李湯羅諸公之疏也

康熙壬辰年節氣圖

恒氣非即平氣前辨雖明非圖不顯今以昔年所推康熙壬辰年平定節氣分爲兩層列以一層載古法恒氣以顯平氣恒氣之異

定氣 太陽黃道上均剖之宮度		平氣 太陽本輪心行於本天周之宮度		古法恒氣 以兩歲定冬至均派之時刻	
冬至 十一月十三日酉初初刻十分	戊戌	十一月十七日巳正二刻	戊戌	同定冬至	
小寒 十二月初二日巳初一刻十三分	癸丑	十二月初八日申初二刻十四分	癸丑	十二月初八日亥正一刻九分	
大寒 十二月十四日戌正初刻十二分	戊辰	十二月十四日戌正三刻十四分	戊辰	十二月十五日巳初二刻九分	
立春 正月初一日戌正初刻十二分	壬午	正月初一日酉正初刻十四分	甲申	十二月十五日巳初二刻九分	甲申
雨水 正月十六日申正初刻十一分	丁酉	正月十六日辰初一刻十三分	己亥	正月初一日未正初刻八分	己亥
驚蟄 正月二十八日卯正三刻三分	壬子	二月初一日午正二刻十三分	甲寅	二月初一日戌初一刻八分	甲寅
春分 二月十四日卯正二刻二分	丁卯	二月十六日酉初三刻十二分	己巳	二月十七日子正二刻七分	庚午
清明 三月初一日亥初二刻五分	壬午	三月初一日夜子初初刻十二分	甲申	三月初二日卯初三刻七分	乙酉

己上辛卯年
己下壬辰年

穀雨 三月節 十五日 卯正初刻一分 戊戌 三月中 十七日 寅正二刻十一分 庚子

立夏 四月節 初二日 酉初二刻九分 癸丑 四月中 初三日 辰正初刻十一分 乙卯

小滿 四月中 十七日 巳正初刻八分 己巳 五月節 初三日 子正二刻 乙酉 五月中 十八日 未正三刻十分 庚午

芒種 五月節 十八日 酉正二刻 庚子 六月中 十九日 戌正初刻十分 乙酉 六月節 初四日 卯正二刻九分 辛丑

夏至 五月中 十三日 子初初刻 丙辰 六月節 初四日 未初初刻十三分 辛未 六月中 十九日 午初三刻九分 丙辰

小暑 六月節 初四日 卯正二刻九分 辛丑 六月中 十九日 丑初一刻九分 丙戌 七月節 初五日 酉初初刻八分 辛未

大暑 七月中 二十日 辰初初刻十四分 壬申 七月節 初六日 寅初二刻十三分 丁亥 七月中 二十日 夜子初三刻八分 丙戌

立秋 八月節 初三日 巳正三刻一分 甲戌 八月中 二十日 辰正三刻七分 壬申 八月節 初六日 寅初二刻七分 丁巳 七月中 二十日 卯初初刻二分 壬寅

白露 八月節 初八日 巳未 丑正一刻 癸卯 未正二刻 己未 八月中 二十一日 巳正一刻二分 壬申 八月節 初六日 丁巳 七月中 二十日 夜子初三刻三分 丙戌

處暑 八月中 二十三日 酉正初刻 辛丑 亥正一刻八分 庚午 七月節 初八日 午初初刻九分 癸酉 七月中 二十一日 辰正初刻五分 戊子 八月節 初八日 申初二刻 癸卯 八月中 二十二日 午正三刻 己未 八月節 初八日 丑正一刻 癸卯 八月中 二十二日 申初二刻二分

寒露 九月初九日 巳丑 申初三刻九分
霜降 九月二十四日 甲辰 酉初二刻十分
立冬 十月初九日 巳未 申正一刻三分
小雪 十月二十四日 甲戌 午正一刻一分
大雪 十一月初十日 巳丑 卯正一刻一分
冬至 十一月二十四日 癸卯 夜子初初刻

九月初七日 丁亥 未正初刻六分
九月二十二日 壬寅 戌初一刻六分
十月初九日 戊午 子正二刻五分
十月二十三日 癸酉 卯初三刻五分
十一月初九日 戊子 午初初刻四分
十一月二十四日 癸卯 申正一刻五分

九月初七日 丁亥 戌正三刻一秒
九月二十三日 癸卯 丑正初刻一分
十月初八日 戊午 辰初一刻
十月二十三日 癸酉 午正一刻十四分
十一月初九日 戊子 酉初二刻十四分

右圖第一層太陽黃道上視行定氣註歷以爲用者也第二層太陽本天平行平氣以平冬至爲立算之根諸氣皆同定冬至爲定氣加減之根不註諸歷者也此兩行者在天實有此界限若第三層則冬至爲視行定氣小寒以後皆從定冬至爲根以平氣累加之其平氣又非平歲實均剖但以兩

定冬至歲實平派之（終歲有微差）謂之恒氣在天實無此界限此年最高衝在冬至後七度三十八分四十四秒實減一十六分有奇變爲時以加於平冬至者二十六刻有奇故諸恒氣皆後於平氣三時有奇後此數千年高衝行二三宮定冬至在平冬至後二日則諸恒氣不皆後於平氣二日乎

或曰天體渾然本無界限界限皆人所分即恒氣亦自古歷家所分何以知其實有而實無曰十二月建在天實有者也一月分爲節氣中氣亦自然之理也太陽本輪心在本天上平行而黃道上有太陽實行因此兩種行度各平分之則有兩種界限雖人所分亦因理之實有者而分之

若從定冬至起根均派二十三氣無此理卽無此數矣從來推平望平弦者必無從定朔起算之理何獨於恒氣而疑之

定氣注歷遵行已久前此順治康熙年間民間推步爲祿命家用者或仍用恒氣或兼存古法無識者將滋其惑嘗遡追先生門人猶有堅持師說者是以不得不辨

數學卷三終

數學卷四

冬至權度

履端於始序則不愆歷家詳求冬至且求千歲以上冬至證之史傳或離或合其故難言元史有六歷冬至開載魯獻公戊寅至至元庚辰四十九事紀大衍宣明紀元統天重修大明授時時刻之異同勿庵先生因之作春秋以來冬至攷删去獻公一事各以其歷本法詳術算術難明而未有折衷永因先生所考定者用實法推算有不合者斷其爲歷誤史誤名曰冬至權度俟知歷者攷焉

一論平歲實

太陽本天有平行歷黃道一周爲平歲實與月五星周率朔策合率同理別有本輪均輪最卑最高之行以視行加減平行二十四氣時刻多少歲歲不同而古今冬至不能以一率齊之是爲活泛之歲實猶之月有實會逐月不同五星有實

合每周不同也授時大統以前太陽高卑之理未明雖知一歲之行有盈縮不悟盈縮之中爲平歲實但求歲實於活泛之冬至故一歷必更一周率與歲實然合今則戾古合古又違今統天歷遂立距差躔差之法暗藏消長以求上下兩合授時歷本之有百年長一消一之說西歷本回歷以春分相距測定歲周小餘五小時三刻三分四十五秒以萬分通之爲二四二一八七五此爲平行之歲實小餘而各節氣之定氣則以均度加減定之此不易之法也欲攷往古冬至當以平歲實爲本算當年平冬至時刻乃以定冬至較之知其距最卑之遠近或與今法有不合則知其時本輪均輪之有半徑差有相去之遠者則知史傳所記非實測所謂苟求其故

千歲之日至可坐而致者此爲庶幾焉倘以授時之歲實爲歲實而以百年長一消一爲準則非法矣

一論最卑行

太陽本輪最卑點爲縮末盈初之端歲有推移與月入轉五星入歷皆有行度同理平冬至之改爲定冬至也視此點之前後遠近以加度而減時減度而加時焉至元辛巳間最卑與平冬至同度自是以前定冬至皆在平冬至前以後定冬至皆在平冬至後最卑有行度故也（郭氏時未悟此理但以冬至爲盈初大統承用數百年誤矣）西法近率最卑歲行一分一秒十微以遠年冬至攷之此率似微脗大約當加二秒上求古時定冬至以此爲準焉

一論輪徑差

最卑既有行度矣而大陽之體在均輪均輪之心在本輪本輪之心在本天此兩輪半徑古今又有不同則距地遠近兩心有差西法始定兩輪半徑併千萬分之三十五萬八千四百一十六而今又漸減則古時必多於此半徑大則加減差亦大而以均度變時分加減於平冬至者視今時必稍贏焉此差率出於恒差之外歷家亦不能定者也上攷又當以此消息之（余因劉宋大明五年測景求彼時兩半徑併詳後）

右三事者攷冬至之權度也大統以前歷家莫能知而勿庵先生言之未詳永繩爲補之

春秋以來冬至攷

勿庵先生云春秋以來冬至多矣而所攷只此者以其測驗之可據也歷議原載四十八事今攷獻公在春秋前無信史可徵故刪之而以左傳僖公一條爲首實四十七事也併至元庚辰四十八事

永樂疑四十七事雖有信史可徵而歷算與紀載未必無誤若左傳所記兩冬至尤未可信其由於實測後詳之

魯僖公五年丙寅歲正月辛亥朔旦冬至

唐開元大衍歷辛亥正三刻　唐宣明歷辛亥正初刻　宋崇寧紀元歷壬子戊正一刻　宋統天歷辛亥寅正三刻　金重修大明歷壬子亥初二刻　元授時歷辛亥寅初二刻

按傳載是年正月辛亥朔日南至公既視朔遂登觀臺以望而書古歷家皆謂至朔同日之年也今詳推之謹按歷象考成康熙甲子天正冬至氣應七日六五六三七四九二六爲七日十五小時四十五分十一秒上距僖公丙寅二千三百三十八年中積八十五萬三千九百三十六日五小時三十七分三十秒滿紀法去之餘一十六日五小時三十七分三十秒轉減氣應（加一紀減之）餘五十一日十小時七分四十一秒平冬至乙卯巳正初刻八分又按至元辛巳前四年丁丑高衝（即最卑）與冬至同度上距此年一千九百三十一年約四百年行七度則此年高衝在冬至前一宮三度四十八分於今法

當加均一度八分變時一日三小時三十七分減平冬至猶是甲寅日卯時再約計是時小輪併徑加大其加減均或能至一度二三十分之間變時一日十餘小時以減平冬至則定冬至亦止癸丑日亥子之間而已必不能減至辛亥則是時所推冬至先天兩三日矣又算此月平朔定朔皆在壬子而當時誤推辛亥亦先天一日（春秋緯命歷序壬子朔隋張賓張胄元唐一行皆從之）實攷之此年正月壬子朔二日癸丑冬至耳至朔何嘗同日乎（張賓依命歷序壬子朔冬至張胄元謂二日甲寅冬至既不從傳亦不從命歷序雖甲寅或稍後天然而胄元之識卓矣）春秋時王朝未必頒歷各國自為推步閏餘乘次月日參差日食或不在朔所以考求日至者必不能如後世之精密差

至二三日固無足怪魏晉以後歷法漸明劉宋時景初歷冬至猶後天二日則春秋時無足怪歷家過信左氏意謂此年特載日南至必當時實測唐一行謂僖公登觀臺以望而書雲物出於表晷天驗非時史憶度此一行之蔽也傳言書雲未嘗言測景作歷欲求合於古則多增斗分以就之大衍推辛亥亥正三刻宣明推辛亥申正初刻皆泥此至之過也大衍號稱善歷行之數年而即差由斗分太強之故紀元與重修大明僅能得壬子與辛亥差一日知斗分不可過增寧失此至不強求合猶爲近之若統天創爲距差躔差之法巧合此至而授時遂暗用之有百年長一之率算此至皆得辛亥日寅時此無法之法最爲乖謬夫總計距算乘而益之越百年則有驟增之時刻年愈遠則驟增之數愈多勿庵先生亦嘗疑之

授時以至元辛巳爲元上距此年一千九百三十五算
卽以一九三五總乘所長之一九數而益歲餘設減三
十五算爲辛丑當文公七年距算一千九百則歲餘二
十四刻四十四分矣前一年庚子距算一千九百零一
歲餘增一分此一分乘一千九百零一凡一十九刻有
奇則當此庚子年驟增一十九刻有奇天道寧有此數
乎況越二千年而驟增者愈多其長伊於胡底乎故消
長之法斷不可用而此年正月辛亥朔日南至當以實
法考求決其爲步算之誤不可過信傳文而舍法以求
合也

魯昭公二十年己卯歲正月己丑朔旦冬至

大衍己丑己巳正三刻宣明己丑庚寅正三刻紀元庚寅庚申正初刻統天戊子亥正三刻重修大明庚寅辛卯初初刻授時戊子戊初初三刻

按此年上距僖公五年一百三十三年平冬至二十八日十五小時一十一分二十六杪壬辰日申初初刻十一分約計加均及小輪徑差減時不過一日八九小時定冬至不過辛卯日卯辰之間而已必不能減至己丑而傳載己丑日南至以此知春秋時步冬至恒先天二三日也且魯歷前年失閏此年日南至在二月夫周以子月爲正日至必無在二月者當時梓愼輩徒知望氛祥占禍福於時月之易明者猶不能正何能實測冬至與天胎合乎大衍宣明紀元重修大明斗分有多少故

日名有合有不合若統天授時皆以活法求之又先已丑一日失之愈遠矣同一左氏傳也丙寅之冬至則合已卯之冬至則違亦可見活法之有時窮矣由今觀之違者固非合者亦未盡是而元史歷議乃以此至爲日度失行不亦誣乎

劉宋文帝元嘉十二年乙亥歲十一月十五日戊辰景長大衍戊辰辰正二刻宣明戊辰辰初二刻紀元戊辰巳初二刻統天戊辰午正三刻重修大明戊辰巳初三刻授時戊辰午初一刻

按史記冬至景長始此是時用景初歷推冬至率後天三日何承天上表言之太史令錢樂之言是年景初推十一月十八日冬至其十五日景極長今推此年平冬

至五日九小時四十五分一十一秒巳巳日巳初三刻
今京師時刻劉宋都建康當減八分四秒後陳朝倣此是時高衝約在平冬至前
十四度太又小輪半徑差多於今加均減時不啻半日
定冬至宜在戊辰與史合然均度不過三十餘分減時
不能越十五小時戊辰日加時大約在酉半以後是以
明年冬至當越六日甲戌景長六歷推此年冬至非不
得戊辰而加時皆卓既在午刻以前則明年安得甲戌
景長乎

元嘉十三年丙子歲十一月二十六日甲戌景長景初歷推二十九日冬至

大衍癸酉未正一刻宣明癸酉未初三刻紀元癸酉申初一刻統天癸酉酉正二刻重修

大明癸酉申初三刻授時癸酉酉初初刻
今推此年平冬至一十日十五小時三十三分五十六杪甲戌日申初二刻四分是時加均減時不能越十五時是以定冬至亦在甲戌史紀此日景長必是實測而六歷皆先一日癸酉其不能與天密合此已見其端矣
又按後四年庚辰甲午景長四年之間小餘平積二十日二十三時一十五分庚辰定冬至未至乙未則甲午必是夜子初幾刻漸推此年甲戌必是子正幾刻
又按唐一行歷議云元嘉十三年十一月甲戌景長皇極麟德開元歷皆得癸酉蓋日度變常耳祖冲之既失甲戌冬至以爲加時太早增小餘以附會之而十二年戊辰景長得巳巳十七年甲午景長得乙未十八年已

亥景長得庚子合一失三其失愈多愚謂此年景長甲戌可推也而一行以爲日度變常非是

元嘉十五年戊寅歲十一月十八日甲申景長景初應推二十一日冬至大衍甲申丑正初刻宣明甲申丑初二刻紀元甲申寅初初刻統天甲申卯正一刻重修大明甲申寅初二刻授時甲申寅正二刻

今推此年平冬至二十一日三小時一十一分二十六杪乙酉日寅初初刻十一分定冬至以丙子歲甲戌子正幾刻推之當在甲申午正前後之間六歷皆先天

元嘉十六年己卯歲十一月二十九日己丑景長景初應推矣月二日壬辰冬至大衍己丑辰初三刻宣明己丑辰初一刻紀元己丑辰正三刻統天己丑午正初刻重修

大明己丑己授時己丑己初一刻正二刻

今推此年平冬至二十六日九小時零一十一秒庚寅日巳初初刻定冬至當在巳丑酉正前六歷皆先天

元嘉十七年庚辰歲十一月初十日甲午景長景初歷推十二日冬至大衍甲午未初三刻宣明甲午未初初刻紀元甲午未正三刻統天甲午酉正初刻重修大明甲午申初初刻授時甲午申正二刻

今推此年平冬至三十一日十四小時四十八分五十六杪乙未日永正三刻四分而景長在甲午必在夜子初幾刻減時幾有十五小時則加均約三十六分以當時高衝在冬至前十四度有奇推之而小輪半徑之差亦大畧可知矣

又按隋書律歷志劉孝孫等言此年歷注十三日冬至十一日景長則是乙未日矣

元嘉十八年辛巳歲十一月二十一日巳亥景長景初歷推二十五日冬至

大衍巳亥戊初二刻宣明巳亥酉正四刻紀元巳亥戊正二刻統天巳亥夜子初三刻重修大明巳亥亥初初刻授時巳亥亥正一刻

今推此年平冬至三十六日二十小時三十七分四十一杪庚子日戊正二刻八分歷攷元嘉間定冬至加均減時不能越十五時此年若巳亥景長則減時二十有奇蓋史文二十二日譌爲二十一日唐一行歷議與元史沿誤差一日也錢樂之謂壽校前後以景極長爲冬

至並差三日此年景初推二十五日冬至景長在二十二日是差三日若二十一日則差四日矣定冬至宜在庚子日寅卯之間六歷雖皆推巳亥未足爲據

又隋書劉孝孫等云此年陰無景可驗今歷二十二日冬至更可證是庚子

元嘉十九年壬午歲十一月初三日乙巳景長景初推六日冬至大衍乙巳丑初二刻宣明乙巳子正四刻紀元乙巳丑正一刻統天乙巳卯初三刻重修大明乙巳丑正三刻授時乙巳寅正初刻

今推此年平冬至四十二日二小時二十六分二十六秒丙午日丑正一刻十一分定冬至乙巳午初

孝武帝大明五年辛丑歲十一月乙酉冬至

大衍甲申申正四刻宣明甲申申正二刻紀元甲申酉初二刻統天甲申戌初初刻重修大明甲申酉正一刻授時甲申戌初初刻

按此年祖沖之詳記測景推算冬至乙酉日夜半後三十二刻七十分今細推之當時算冬至稍後天而六歷推甲申皆先天也詳推如左

一推此年平冬至

按大明辛丑距康熙甲子天正冬至一千二百二十二年中積四十四萬六千三百二十五日二十二小時五十二分三十杪滿紀法去之餘四十五日二十二小時五十二分三十杪轉減甲子氣應加一紀減之餘二十一日十六小時五十二分四十一杪平冬至乙酉申正三刻

七分四十一秒建康加八分四秒酉初初刻四十五秒

一推此年高衝行

按元至元辛巳前四年丁丑高衝與冬至同度上距此年八百一十五年若依今法一年行一分一秒十微則此年高衝在冬至前十三度五十分五十一秒如此率未的一年約加二秒四百年行七度則此年高衝在冬至前十四度十六分

一推此年十月十日壬戌景長高弧距緯并經度

按史此年祖冲之測景十月十日壬戌景長一丈七寸七分半　以三率法推算（一率表八尺二率景一丈七寸七分半三率半徑全數四率爲餘切線）求得一三四七以餘切檢八線表此日午正日

高弧三十六度三十五分二十四秒　表所得者太陽上邊之景宜減太陽半徑一十五分二十九秒得太陽中心距地平三十六度一十九分五十五秒　日軌高視差二分二十三秒內減去青蒙氣差二十七秒餘視差一分五十六秒加於太陽中心距地平得實高三十六度二十一分五十一秒距天頂五十三度三十八分九秒　建康極出地約三十二度以減距天頂度餘二十一度三十八分九秒爲本日午正黃赤距緯　設此時兩道大距二十三度三十九分二十三秒用三率法

兩道大距正弦爲一率本日午正黃赤距緯正弦爲二率半徑全數爲三率求得四率爲餘弦

求得餘弦九一八九檢表二十三度十四分爲壬戌午正距冬

至實經度減用時七分二十九秒爲平時午初三刻七分半太陽距冬至實經度

一推壬戌午時太陽平行度

建康平冬至見前距壬戌午初三刻七分半二十三日五小時八分二十五秒太陽平行二十二度五十二分五十秒以減全周壬戌午初三刻七分半太陽平行十一宮七度七分一十秒

一推十一月二十五日丁未景長高弧距緯并經度

按史丁未景長一丈八寸一分太　以三率法推算一率表入尺二率景長一丈八寸一七五三率半徑全數四率爲餘切線求得餘切一三五二

三檢表此日午正日高弧三十六度二十九分三秒

減太陽半徑一十五分二十六秒太陽中心距地平三十六度一十三分三十七秒 日軌高視差二分二十四秒減去青蒙氣差二十七秒餘視差一分五十七秒加於大陽中心距地平得實高三十六度一十五分三十四秒距天頂五十三度四十四分二十六秒 極高三十二度減距天頂度餘二十一度四十四分二十六秒爲本日午正黃赤距緯 設兩道大距二十三度三十九分二十三秒用三率法求得餘弦九二三一一檢表二十二度三十七分六秒爲本日午正距冬至實經度加用時二分三十五秒爲平時午正初刻二分三十五秒太陽距冬至實經度

推丁未午時太陽平行度
建康平冬至距丁未午正初刻二分三十五秒二十一
日十九小時一分五十秒太陽平行二十一度二十八
分四十七秒
一推此時小輪半徑差
以本年高衝冬至前十四度十六分減壬戌太陽平行
距平冬至二十二度五十二分五十秒餘八度三十六
分五十秒查舊日躔加減差表減十八分四十八秒化
作一千一百二十八秒爲一率以舊表兩心差三五八
四爲二率又於壬戌經度二十三度一十四分內減平
行二十二度五十二分五十秒餘二十一分十秒化作

一千二百七十秒爲三率求得四率四〇三五二爲此時兩小輪半徑併太陽本天一百萬本輪半徑二萬零二百六十四均輪半徑一萬零八十八由此可算其均數

一推乙酉日定冬至

前壬戌日午正太陽平行十一宮七度七分一十秒至乙酉日子正二十二日半平行二十二度一十分三十八秒加入壬戌午正平行度此時平行十一宮二十九度一十七分四十八秒加高衝十四度十六分滿周天去之餘一十三度三十四分爲引數以此時兩小輪半徑併算之約加均度三十二分奇加入前子正平行在十一宮二十九度五十分未滿周天者十分爲時約四

小時定冬至在子正後十六刻有奇當時以前後景折算乙酉日子正後三十一刻冬至約後天十五刻接以冬至前後日景折算取中求冬至時刻此法惟郭太史時可用其時高衝與冬至同度故也若大明時高衝在冬至前十四度有奇則冬至前之日近高衝太陽之行速而景之進退也疾冬至後之日遠高衝太陽之行稍遲而景之漸短亦必稍緩雖前後之日景大畧相同而中間所歷之時刻必不均當時欲以均數求冬至宜其後天十五刻也（冬至前二十餘日日行較速時刻宜減冬至後二十餘日日行較遲時刻宜加若欲均之則折半處必在所減之後故後天）然劉宋之初歷法甚疎景初歷後天至三日猶幸祖氏用景長推算違天尚未甚

遠又辛史冊紀載之詳去今千有餘年猶可細推其後天之時刻也郭太史改歷所定歲周小餘二四二五者謂自大明壬寅距今每歲合得此數按此年下距至元辛巳八百一十九年以授時歲周積之二十九萬九千一百三十三日六十刻七十五分以辛巳天正冬至巳未日子正後六刻逆計之則當時冬至在乙酉日子正後五十四刻後天愈加多矣既不能與當時所測算者密合又爲百年長一之法以求合於遠古之冬至以八百一十九總乘所長之數而益之則此年冬至又在甲申日七十九刻太不又先天三十七刻乎以此知授時之歲餘非定率而統天之距差躔差授時之消長皆謬

法也此年冬至所關者鉅故考論加詳若大衍諸歷先天愈多則無足論而授時指爲日度失行者總論之於後云

陳文帝天嘉六年乙酉歲十一月庚寅景長

大衍庚寅寅初初刻宣明庚寅寅初初刻紀元庚寅丑初二刻統天庚寅卯初四刻重修大明庚寅丑初四刻授時庚寅寅正初刻

今推此年平冬至二十六日二十一時二十二分四十一杪庚寅亥初一刻八分定冬至益在辰巳間諸歷推丑寅皆太早統天近之

臨海王光大二年戊子歲十一月乙巳景長

大衍乙巳戌正二刻宣明乙巳戌正三刻紀元乙巳戌初初刻統天乙巳夜子初二刻重

修大明乙巳戊初二刻授時乙巳戊初二刻此年平冬至丙午未正三刻九分定冬至蓋在乙巳與丙午之間乙巳之景長於次日當亦甚微然以後四歲丁卯景長推之此年所紀猶可疑說見後

宣帝太建四年壬辰歲十一月二十九日丁卯景長

大衍丙寅戊正初刻宣明丙寅戊正一刻紀元丙寅酉正二刻統天丙寅亥正三刻重修大明丙寅酉正三刻授時丙寅戊正四刻

今推此年平冬至三日一十四時三分五十六杪丁卯未正初刻四分史記丁卯景長則定冬至蓋在子正初刻以前四歲乙巳景長較之殊可疑此年平冬至子正後一十四時四分而景長猶在本日是加均減時不能

越十四時四分也光大二年之平冬至在丙午日子正後十四時四十五分乃能越之而景長在前一日乙巳不應四歲之間差殊如此此兩歲定冬至皆在子初子正之間景長最難眞確乙巳與丁卯當時測驗有一是必有一非竊疑乙巳之測未確

太建九年丁酉歲十一月二十三日壬辰景長

大衍癸巳丑初一刻宣明癸巳丑初二刻紀元壬辰夜子初三刻統天癸巳寅正一刻重修大明癸巳子正初刻授時癸巳丑正初刻

今推此年平冬至二十九日一十九時七分四十一秒癸巳戊初初刻八分定冬至蓋在本日寅卯之間統天近之二十三日壬辰景長此必史誤

太建十年戊戌歲十一月五日戊戌景長
大衍戊戌辰初一刻宣明戊戌辰初二刻紀元戊戌卯初二刻統天戊戌巳正初刻重修
大明戊戌卯初四刻授時戊戌辰正初刻
此與丁酉歲相去一年平冬至巳亥定冬至戊戌可考而知故不細推
隋文帝開皇四年甲辰歲十一月十一日己巳景長
大衍己巳酉正二刻宣明己巳酉正三刻紀元己巳夜子初一刻統天己巳戊初初刻重修大明己巳酉初初刻授時己巳戌正二刻
今推此年平冬至六日一十一時四十八分五十六杪庚午日午初三刻四分隋都長安早二刻後唐朝做此定冬至己巳亥子之間史云此年在洛州測冬至景與京師二處進退絲毫不差張賓歷推己巳冬至張胄元歷推庚

開皇五年乙巳歲十一月二十二日乙亥景長

大衍乙亥子正一刻宣明乙亥子正二刻紀元甲戌亥正二刻統天乙亥寅初初刻重修

大明甲戌戌正三刻授時乙亥丑正二刻

今推此年平冬至十一日一十七時三十七分四十一秒乙亥酉初二刻八分定冬至在本日寅時推甲戌者非是

開皇六年丙午歲十一月三日庚辰景長

大衍庚辰卯正初刻宣明庚辰卯正一刻紀元庚辰寅正一刻統天庚辰辰正三刻重修

大明庚辰寅正三刻授時庚辰辰正一刻

與前年相距一歲平定冬至皆在庚辰可攷而知

開皇七年丁未歲十一月十四日乙酉景長
大衍乙酉午正初刻宣明乙酉午正一刻紀元乙酉巳正初刻統天乙酉未正三刻重修
大明乙酉巳正二刻授時乙酉未正初刻
此年平冬至丙戌卯初一刻定冬至乙酉申時
開皇十一年辛亥歲十一月二十八日丙午景長
大衍丙午午初二刻宣明丙午午初三刻紀元丙午巳初二刻統天丙午未正初刻重修
大明丙午巳初四刻授時丙午未初二刻
此年平冬至四十三日四時三十分一十一杪丁未寅正二刻定冬至丙午申時
開皇十四年甲寅歲十一月辛酉朔旦冬至
大衍壬戌卯初初刻宣明壬戌卯初二刻紀元壬戌寅初初刻統天壬戌辰初二刻重修

大明壬戌寅初二刻授時壬戌辰初初刻
今推此年平冬至五十八日二十一時五十六分二十六杪壬戌亥初三刻十一分定冬至本日巳午間而史記辛酉朔冬至當時歷誤推先天
唐太宗貞觀十八年甲辰歲十一月乙酉景長
大衍甲申巳正一刻宣明甲申午初初刻紀元甲申辰初二刻統天甲申午正初刻重修大明甲申辰初三刻授時甲申巳正三刻
今推此年平冬至二十一日三十三分五十六杪乙酉子正二刻四分長安里差二刻平冬至巳是子正初刻矣減時不啻十時定冬至當在甲申日未時而史謂乙酉景長誤

貞觀二十三年己酉歲十一月辛亥景長
大衍庚戌申初二刻宣明庚戌申正一刻紀元庚戌午正三刻統天庚戌酉初一刻重修
大明庚戌未初初刻授時庚戌申初三刻
今推此年平冬至四十七日五時三十七分四十一杪
辛亥卯初二刻八分定冬至庚戌日酉戌之間而史謂
辛亥景長亦誤
高宗龍朔二年壬戌十一月四日己未至戊午景長
大衍戊午戌正初刻宣明戊午戌正二刻紀元戊午申正三刻統天戊午戌正初刻重修
大明戊午酉初初刻授時戊午戌初三刻
今推此年平冬至己未己初初刻十一分長安辰正二
刻十一分此時加均減時約十小時定冬至戊午夜子

時是以戊午景長當時歷推冬至已未而實測景長在戊午今推之果不爽也

高宗儀鳳元年丙子歲十一月壬申景長

大衍壬申卯初刻宣明壬申卯正三刻紀元壬申丑正二刻統天壬申辰初初刻重修大明壬申丑正三刻授時壬申卯初一刻

今推此年平冬至八日一十八時三十三分五十六秒

壬申酉正二刻四分定冬至辰時

高宗永淳元年壬午歲十一月癸卯景長

大衍癸卯酉初一刻宣明癸卯酉正初刻紀元癸卯未初二刻統天癸卯酉正一刻重修大明癸卯未初四刻授時癸卯酉初三刻

此年平冬至甲辰卯初一刻十一分定冬至癸卯酉戌

之間

明皇開元十年壬戌歲十一月癸酉景長

大衍癸酉午初四刻宣明癸酉午正四刻紀元癸酉辰初二刻統天癸酉午初初刻重修

大明癸酉辰初三刻授時癸酉午初初刻

此年平冬至癸酉亥初三刻十一分定冬至巳時

開元十一年癸亥歲十一月戊寅景長

大衍戊寅酉初三刻宣明戊寅酉正三刻紀元戊寅未初三刻統天戊寅酉初三刻重修

大明戊寅未初二刻授時戊寅酉初初刻

此年平冬至巳卯定冬至戊寅與前間一歲可攷而知

開元十二年甲子歲十一月癸未冬至

大衍癸未夜子初二刻宣明甲申子正三刻紀元癸未戌初一刻統天癸未夜子初三刻

重修大明癸未戊授時癸未亥初二刻正三刻
按此年僧一行陽城測景癸未最長今推此年平冬至二十日九時三十三分五十六杪甲申巳初二刻四分陽城約早一刻十分爲巳初初刻九分此年距元至元丁丑五百五十二年高衝約行九度四十分以今加減表效之加均二十分二十杪變時八時一十五分以減平時餘五十四分爲甲申子正三刻九分當時小輪半徑大於今再減一時有奇則定冬至在癸未夜子刻而大衍歷推算癸未九十八刻太强此當年之實測今固可追步也
按大衍歷以三千零四十爲通法一百一十一萬零三

百四十三爲策實一萬五千九百四十三爲策餘以通法五減策餘餘七百四十三爲小餘以萬分通之小餘二千四百四十四又七九弱視授時之二四二五者多一十九太强當時小餘雖大必不及此數是以自此年以前大衍推往古則先天推後來則後天小餘之太强由欲强合僖五年辛亥日南至故也

宋眞宗景德四年丁未歲十一月戊辰日南至大衍戊辰寅初三刻宣明戊辰卯正一刻紀元丁卯酉初三刻統天丁卯戌初一刻重修大明丁卯酉正初刻授時丁卯戌初一刻

今推此年平冬至三日二十二時三十分一杪丁卯亥正二刻宋都河南早八分其時高衝在冬至前約四度

四十二分又有小輪半徑差通減時約四時三刻有奇定冬至益在丁卯酉初二刻紀元近之史記戊辰日南至斗分太多誤推後天也

仁宗皇祐二年庚寅歲十一月三十日癸丑景長

大衍癸丑申初二刻 宣明癸丑酉正三刻 紀元癸丑卯初一刻 統天癸丑卯初初刻 重修大明癸丑卯初一刻 授時癸丑卯初三刻

今推此年平冬至四十九日八時二十六分一十六秒癸丑辰正一刻十一分定冬至寅時

神宗元豐六年癸亥歲十一月丙午景長

大衍丙午酉初二刻 宣明丙午戌正二刻 紀元丙午卯正一刻 統天丙午卯正一刻 重修大明丙午卯正一刻 授時丙午卯正一刻

今推此年平冬至四十二日八時一十五分一杪丙午辰正一刻定冬至寅卯之間

元豐七年甲子歲十一月辛亥景長

大衍辛亥夜子初一刻宣明壬子丑正一刻紀元辛亥午正初刻統天辛亥午正一刻重修大明辛亥午正初刻授時辛亥午正一刻

此與前間一歲定冬至在辛亥巳時

哲宗元祐三年戊辰歲十一月壬申景長

大衍壬申亥正三刻宣明癸酉丑初二刻紀元壬申午初二刻統天壬申午初二刻重修大明壬申午初二刻授時壬申午初二刻

此年平冬至壬申未初一刻四分定冬至巳時

元祐四年己巳歲十一月丁丑景長

大衍戊寅寅正二刻宣明戊寅辰初三刻紀元丁丑酉初一刻統天丁丑酉初一刻重修大明丁丑酉初一刻授時丁丑酉初一刻

此與前間一歲定冬至丁丑申時

元祐五年庚午歲十一月壬午冬至

大衍癸未未正二刻宣明癸未未初二刻紀元壬午夜子初初刻統天壬午夜子初一刻重修大明壬午夜子初一刻授時壬午夜子初初刻

此與前間一歲定冬至壬午亥時

元祐七年壬申歲十一月癸巳冬至

大衍癸巳亥正一刻宣明甲午丑初一刻紀元癸巳巳正三刻統天癸巳巳正三刻重修大明癸巳巳正三刻授時癸巳巳正三刻

此年平冬至癸巳午正二刻四分定冬至巳初

哲宗元符元年戊寅歲十一月甲子冬至
大衍乙丑巳初二刻 宣明乙丑午正二刻 紀元甲子亥正初刻 統天甲子亥初三刻 重修大明甲子亥正初刻 授時甲子亥初二刻
此年平冬至甲子二十三時二十六分一十六杪夜子初一刻十分定冬至戊時
按授時百年長一之率年遠則所加分漸贏其所定歲餘刻下二十五分又失之太弱是以推遠年之冬至恒先天推近年之冬至恒後天

徽宗崇寧三年甲申歲十一月丙申冬至
大衍丙申戌正二刻 宣明丙申夜子初三刻 紀元丙申巳初初刻 統天丙申辰正三刻 重修大明丙申巳初初刻 授時丙申辰正二刻

此年平冬至丙申巳正一刻四分定冬至卯辰之間

光宗紹熙二年辛亥歲十一月壬申冬至

大衍癸酉寅初初刻宣明癸酉卯正二刻紀元壬申未初三刻統天壬申午初一刻重修

大明壬申未初三刻授時壬申午初一刻

此年平冬至壬申午正初刻都臨安遲一刻午正一刻定冬至在巳未

寧宗慶元三年丁巳歲十一月癸卯日南至

大衍甲辰未正初刻宣明甲辰酉初三刻紀元甲辰子正三刻統天癸卯亥正一刻重修

大明甲辰子正三刻授時癸卯亥正一刻

此年平冬至癸卯亥正三刻八分臨安遲一刻夜子初初刻八分定冬至亥初三刻

寧宗嘉泰三年癸亥歲十一月甲戌日南至
大衍丙子丑正一刻宣明丙子卯初初刻紀元乙亥午初三刻統天乙亥巳初初刻重修
大明乙亥午初三刻授時乙亥巳初一刻
今推此年平冬至乙亥巳初三刻臨安巳正初刻定冬至約減五刻有奇在辰正二刻當時推甲戌歷誤也
寧宗嘉定五年壬申歲十一月壬戌日南至
大衍癸亥卯正初刻宣明癸亥巳初四刻紀元壬戌申初二刻統天壬戌未初二刻重修
大明壬戌申正初刻授時壬戌未初二刻
此年平冬至壬戌未正初刻四分臨安遲一刻未正一刻四分定冬至午正一刻
理宗紹定三年庚寅歲十一月丙申日南至

大衍丁酉申初二刻宣明丁酉戌初二刻紀元丁酉丑初三刻統天丙申亥正一刻重修大明丁酉丑初三刻授時丙申亥正一刻

此年平冬至丙申亥正二刻十一分臨安亥正三刻十一分定冬至亥正初刻

理宗淳祐十年庚戌歲十一月辛巳日南至

大衍壬午未初初刻宣明壬午酉初初刻紀元辛巳亥正三刻統天辛七酉正二刻重修大明辛巳亥正一刻授時辛巳酉正三刻

此年平冬至辛巳酉正三刻十一分臨安戌初初刻十一分定冬至酉正二刻

元世祖至元十七年庚辰歲十一月己未夜半後六刻冬至

大衍己未亥初初刻宣明庚申丑初一刻紀元己未卯初初刻統天己未丑初初刻重修

大明 巳未卯正初刻授時巳未丑初一刻

今推此年平冬至五十五日一時一十八分四十六杪已未丑初一刻四分高衝在冬至後四分奇約減均十二杪加時約五分定冬至丑初一刻九分與當時郭太史測算氣應五十五日。六百分者密合

梅先生云以上自魯僖公以來冬至日名共四十七并至元辛巳有刻爲四十八事授時法合者三十八不合者昭公己卯劉宋元嘉丙子大明辛丑陳太建壬辰丁酉隋開皇甲寅唐貞觀甲辰已酉宋景德丁未嘉泰癸亥共十統天歷同

今按四十七事日名或有不合其間有歷誤有史誤今

以實法攷之合者不約而符不合者亦灼然可見非歷誤推卽史誤紀雖去之千百年猶旦暮也此如以有法之度度短長有準之權權輕重故物莫能遁若大衍諸歷歲餘或强或弱如權度未定旣不可以稱量而統天之距差躔差授時之百年長一又於執秤執尺之時參以智巧之私實爲無理之法其不合者固不合其幸合者亦不知其實未嘗合也近年冬至時刻可定去之遠者不能細定刻分以小輪半徑古多今少難得確率耳若其大致固可上下參攷而知當不違天甚遠孟子曰苟求其故千歲之日至可坐而致恒歲實最卑行小輪差皆其故也後之治歷者精求諸此而已若諸家立法

雖不可不知要之皆已陳之芻狗不可再用者也

元史云自春秋獻公以來凡二千一百六十餘年用六歷推算冬至凡四十九事大衍合者三十二不合者十七宣明合者二十六不合者二十三紀元合者三十五不合者十四統天合者三十八不合者十一大明合者三十四不合者十五授時合者三十九不合者十事按獻公十五年戊寅歲正月甲寅朔旦冬至授時得甲寅統天得乙卯後天一日至僖公五年正月辛亥朔旦冬至授時統天皆得辛亥與天合下至昭公二十年已卯歲正月已丑朔旦冬至授時統天皆得戊子並先一日若曲變其法以從之則獻公僖公皆不合矣以此知春秋所書昭公冬至乃日度失行之驗一也（永按獻公之年史有

參差所推甲寅朔旦冬至乃劉歆三統歷以四分之法逆推非有實測紀之信史不足爲據若左氏傳二至則當時之歷誤乃欲曲法以求合合者一而違者一不悟其幸合者之非眞而以其不合者詆之於日度失行此大惑也大衍考古冬至謂劉宋元嘉十三年丙子歲十一月甲戌日南至大衍與皇極麟德三歷皆得癸酉各先一日乃日度失行非三歷之差今以授時攷之亦得癸酉二也永按今以法推正得甲戌日度何嘗失行大明五年辛丑歲十一月乙酉冬至諸歷皆得甲申殆亦日度之差三也永按此年冬至祖冲之攷之特詳正賴當年實測可驗高衡之所在與兩心差之細數難推算時刻未甚親亦可得其所以未親之由今以法密算其爲乙酉甚確郭氏不悟統天之活法不足憑獻信遠年之幸合未可據乃以祖氏當年實測指爲日度失行不亦惑乎陳太建四年壬辰歲十一月丁卯景長大衍授時皆得丙寅是先一日太建九年丁酉歲十一月壬辰景長大衍授時皆得癸巳是後一日一失之先一

失之後若合於壬辰則差於丁酉合於丁酉則差於壬辰亦日度失行之驗五也永按壬辰歲不誤丁酉歲則史誤也開皇十一年辛亥歲十一月丙午景長大衍統天授時皆得丙午與天合至開皇十四年甲寅歲十一月辛酉冬至而大衍統天授時皆得壬戌若合於辛亥則失於甲寅合於甲寅則失於辛亥其開皇十四年甲寅歲冬至亦日度失行六也永按甲寅歲乃歷誤唐貞觀十八年甲辰歲十一月乙酉景長諸歷皆得甲申貞觀二十三年己酉歲十一月辛亥景長諸歷皆得庚戌大衍歷議以永淳開元冬至推之知前二冬至乃史官依時歷以書必非候景所得所以不合今以授時攷之亦然八也永按此二至若非歷誤卽史誤自前宋以來測景驗氣者凡十七事其景德丁未歲戊辰日

南至統天授時皆得丁卯是先一日嘉泰癸亥歲甲戌日南至統天授時皆得乙亥是後一日一失之先一失之後若曲變其數以從景德則其餘十六事多後天從嘉泰則其餘十六事多先天亦日度失行之驗十也永按此二至皆歷誤非日度失行前十事皆授時所不合以此理推之非不合矣蓋類其同則知其中辨其異則知其變今於冬至略其日度失行及史官依時歷書之者凡十事則授時三十九事皆中永按日爲七政之主萬化之宗必無失行之理其兩心差之有改變亦必有恒率非失行也郭氏於十事中以八事爲日度失行其說原於僧一行亦近誣矣其三十九事自以爲中未必果皆中也中其日矣未必中其時刻除至元庚辰歲密合天外推近歲之冬至時刻恒後天推遠歲之冬至時刻恒先天其故甚微非以權度細推其誰覺之以前代諸歷校之授時爲密庶幾千歲之日至可坐而致云永按授時固密而有未密者存郭氏不能知也不謂

人誤而曰天誤此非常之差謬
載之史冊徒爲後人作笑資耳

附測景餘論

勿菴先生嘗曰候星紀要論測景法甚詳尚有三事當論永爲補之

一曰表端之景虛淡分釐難得眞數當倣郭太史用景符之法取表端橫梁中景爲的

郭氏用四丈長表頗不易制四方行測損其制度一丈亦可矣而表端爲太陽上邊之景雖以太陽半徑減之可得中景而猶患其虛淡難眞宜倣郭法長大者只作九尺端爲兩岐（代龍）二以持橫梁合之長一丈以薄銅葉爲景符鑽小竅以達日光順其斜倚之勢游移前却於虛景之中取橫梁之景於圭面則所得者爲中景而分

數亦眞

一曰太陽離天頂稍遠則地面與地心有南北差太陽恒降而下當檢氣差表求太陽視緯高弧加於本緯

一曰極高多度之方冬至太陽近地平有青蒙氣差能升太陽使高景爲之稍短此蒙氣差難算宜以夏至之景參校（夏至近天頂無蒙氣而降下之南北差亦甚微）求黃赤北緯以知南緯（黃赤間緯度分古多今少）以本方冬至氣差加於南緯以冬至景長推算高弧可得蒙氣差後二事景差之最微者試以元史證之

元史授時歷議云今京師長表四丈冬至之景七丈九尺八寸有奇夏至之景一丈一尺七寸有奇（十下之分不著者每歲二至加時不等故也）

按　京師觀象臺北極出地三十九度五十五分今所測定者也今時黃赤距緯二十三度半稍弱元時距緯則不止二十三度半姑以二十三度半計之加於極高以減象限其餘二十六度三十五分爲冬至高弧檢二十六度三十五分之餘切線一九九八四一以四乘之表四丈故已有七丈九尺九寸有奇之景再加距緯之大與太陽南北差則景當更長而當時所測定者七丈九尺八寸有奇以餘切求高弧爲二十六度三十七分減太陽降下二分以減赤道高五十度五分若只二十三度三十分者豈非蒙氣升卑爲高乎　再以夏至考之景長一丈一尺七寸有奇以四歸之二九三有奇則七十

三度四十分之餘切以赤道高弧五十度〇五分減之北緯有二十三度三十五分豈非近天頂無蒙氣差而太陽降下之數又微故見其本緯之景乎　再以北緯二十三度三十五分減赤道高爲高弧二十六度三十分又約減太陽降下二分則冬至高弧宜二十六度二十八分而景長之高弧二十六度三十七分是蒙氣升太陽九分也郭太史時八線之算法未備太陽南北差近地蒙氣差機竅未啟但能紀其表景尺寸不能詳其冬夏二至所得黃赤距度有微差今則一一可攷而知

數學卷四終

數學卷五

七政衍

勿菴先生論七政小輪之動由本天之動七政之動由小輪之動其說極當七政中月尤紛錯按歷象攷成五星有三小輪而月更有次均輪不惟次均輪而已且更有負圈是月之小輪獨有五也今以七政各輪之左右旋與其帶動自動不動之異本先生之說一一衍之且爲繪圖諸輪瞭然在目而七政之高下行度亦可知其梗概矣

太陽諸輪

日有本天有本輪有均輪　本天以地爲心隨宗動天左旋而稍緩故漸右移（本勿菴先生之說）　本天右移帶動本輪　本輪之心定於本天之上（亦本勿菴先生說）　其樞左旋帶動均輪（本輪之頂爲最高底爲最卑輪樞左旋視本天之右移者稍緩因生最高最卑之行）　均輪之心定於本輪之

上其樞右旋帶動日　日體定於均輪之上隨均輪而右旋均輪旋而日體之上下不變（別有說見後）

太陰諸輪

月有本天有本輪有均輪有負圈有次輪有次均輪　本天以地爲心隨宗動天左旋而最緩故右移甚速　本天右移帶動本輪　本輪之心定於本天之上其樞左旋帶動均輪（本輪之頂爲月孛其底爲人轉輪樞左旋視本天之右移者稍緩因生月孛之行）　均輪之心定於本輪之上其樞右旋帶動負圈（負圈所以負次輪其心在均輪上併均輪全徑與次輪半徑爲負圈半徑）　負圈之心定於均輪之上其樞不動隨均輪而右旋帶動次輪（若無負圈則次輪無爲帶動者矣）　次輪之心定於負圈之上隨負圈而出入於本輪（有時在本輪內有時出本輪外）其周恒與均輪相切

與五星次輪心（土木火三星）在均輪上者異其樞左旋（與土木火三星次輪右旋者異）帶動次均輪（月獨有次均輪）次均輪之心定於次輪之上其樞不動隨次輪而左旋帶動月（歷法西傳謂月在次輪上右旋非也他輪一左旋一右旋則其樞轉動惟負圖與均輪同爲右旋次均輪與次輪同爲左旋是其樞不轉動）月體定於次均輪之上隨次輪與次均輪而左旋（月在次均輪其詳見後）輪旋而月體之上下不變（亦說見後）

土木火三星諸輪

土木火三星在日之上有本天有本輪有均輪有次輪有繞日圈本天以地爲心隨宗動天左旋而差緩各以次第土最緩木次之火次之其右移皆遲（土約二十九年半一周木約十二年一周火約二年一周）本天右移帶動本輪本輪之心定於本天之上其樞左旋帶動均輪（本輪之頂爲最高輪樞左旋視本天之右移者稍緩因生最高之行）均輪之

心定於本輪之上其樞右旋帶動次輪土木次輪與太陽本天等大惟火星次輪時時不同本輪高而太陽又高者最大本輪卑而太陽又卑者最小二者皆在高卑之中則與太陽本天等大次輪之心定於均輪之上其樞右旋帶動星星體各定在次輪之上隨次輪而右旋次輪亦名歲輪星在歲輪周右旋聯其行跡遂成繞日圓圈與各星本天等大火星圈時時不等其度左旋與次輪右旋之度相應

金水二星諸輪

金水二星在日之下論其本天則然因有歲輪與日天等大有時負星出於日上亦有本天有本輪有均輪有次輪又有貲輪本天皆小在日天之內本勿菴先生晚年之說舊說即以太陽之天爲金水本天以地爲心隨宗動天左旋而稍緩遂右移其右移速於上三星金二百二十四日奇周天水八十八日周天亦本勿菴先生說

舊說以周次輪爲周天本天右移帶動本輪本輪之心定於本天之上其樞左旋帶動均輪本輪均輪皆在日天之下歷家以太陽天爲本天伏見輪爲次輪遂置本輪均輪於太陽天皆假設非本象本輪之頂爲最高輪樞左旋視本天之右移者稍緩因生最高之行均輪之心定於本輪之上其樞右旋帶動次輪次輪皆與日天等大次輪之心定於均輪之上其樞左旋帶動星次輪亦曰歲輪猶上三星之歲輪歷家以伏見輪爲次輪或曰歲輪勿菴先生非之詳見五星紀要愚爲發明詳見金水發微星體各定在歲輪上隨之左旋上三星在歲輪上右旋金水星在歲輪周左旋聯其行跡亦成繞日之輪爲伏見輪與本天等大猶上三星之繞日圈其度右旋與歲輪左旋之度相應

七政諸輪起點行度

七政本天平行皆起冬至點

太陽本輪起最卑點爲初宮初度順布十二宮最高點爲六宮初度（因今時最卑點近冬至遂以此爲始）太陽均輪起最近點（謂最近於本輪心即均輪之頂在最高時爲均輪之底）即最高最卑時日體所在其度恒以兩度當一度本輪左旋一度均輪右旋兩度本輪左旋一象限均輪右旋半周日在最遠之點（謂最遠於本輪心）本輪左旋半周均輪右旋一周復於最近點

太陰本輪起最高點爲初宮初度即月孛所在（中法以孛對衝爲月入轉是起最卑西法起月孛）順布十二宮最卑點爲六宮初度（即古法入轉）即最高最卑時太陰均輪起最近點（謂最近於本輪心最高時爲輪底最卑時爲輪頂）次輪最近點所到其度亦以兩度當一度本輪左旋半周均輪右旋一周　太陰次輪朔望起最近點（此最近點謂最近於均輪心）與

均輪邊相切（他星次輪心在均輪周月次輪獨與均輪相切而輪心在負圈上）又爲次均輪心所到其度亦以兩度當一度本天右旋月離日一度則次輪左旋兩度（回歷謂之倍離度左旋者左旋於負圈之上）次均輪心遂至其處兩弦左旋半周次均輪心在最遠（謂最遠於均輪心）此輪惟順布六宮朔至望一周望後復起初宮　太陰次均輪月體在其上從輪心出線距地心（惟最高最卑兩點無初均此線正其餘皆是斜線）作十字線於輪面（距線正則十字線皆正距線斜則十字線皆斜）朔望時月體當線上常在其下兩弦時月體當線上常在其上朔弦與望弦間（初四初五十八十九）月體常在十字橫線之右（西方）亦一月而兩周

土木火三星本輪起最高點爲初宮初度順布十二宮最卑

點爲六宮初度　三星均輪起最近點（謂最近於本輪心）即最高最卑時次輪心所到其度亦以兩度當一度次輪心在其上本輪左旋半周均輪右旋一周　三星次輪星體在其上與太陽合伏時起輪之頂爲初宮初度逆布十二宮衝太陽時在輪之底爲六宮初度　三星繞日圈合伏在頂衝日在底與次輪同但順布十二宮歷家不用

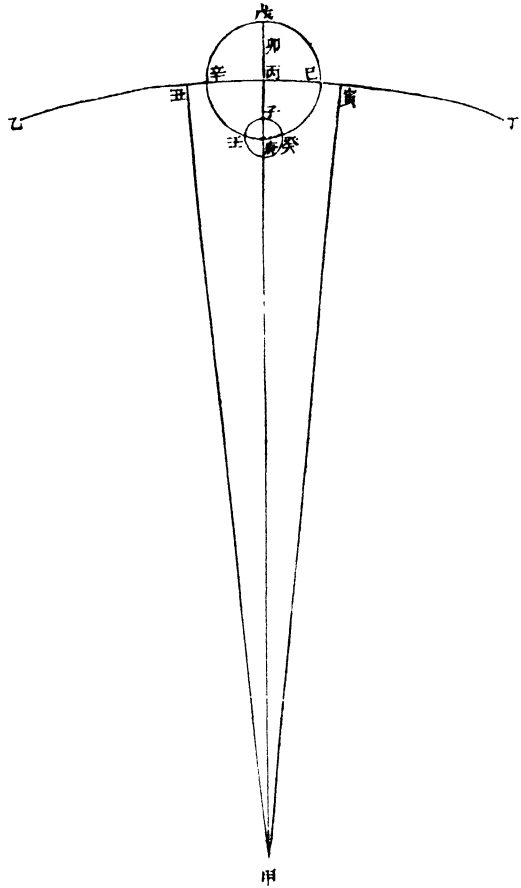
金水二星本輪起最高點順布十二宮與上三星同　金星均輪起最近點爲最高最卑時歲輪心所到其度亦以兩度當一度歲輪心在其上與上三星同　水星均輪起最遠點（謂最遠於本輪心即均輪之頂）爲最高時歲輪心所到（最卑時歲輪心在最近點亦均輪之頂）其度以三度當一度歲輪心在其上本輪左旋四宮均輪右

旋一周本輪一周均輪三周七政均輪他皆起最近數倍引數准水星均輪起最遠數三倍引數金水次輪本是歲輪星體在其上合伏時起輪之頂順布十二宮歷家不用　金水伏見輪本是歲輪上星行之跡所成歷家用之合伏時起輪之頂爲初宮初度逆布十二宮衝日在輪之底爲六宮初度

日月體上下有定

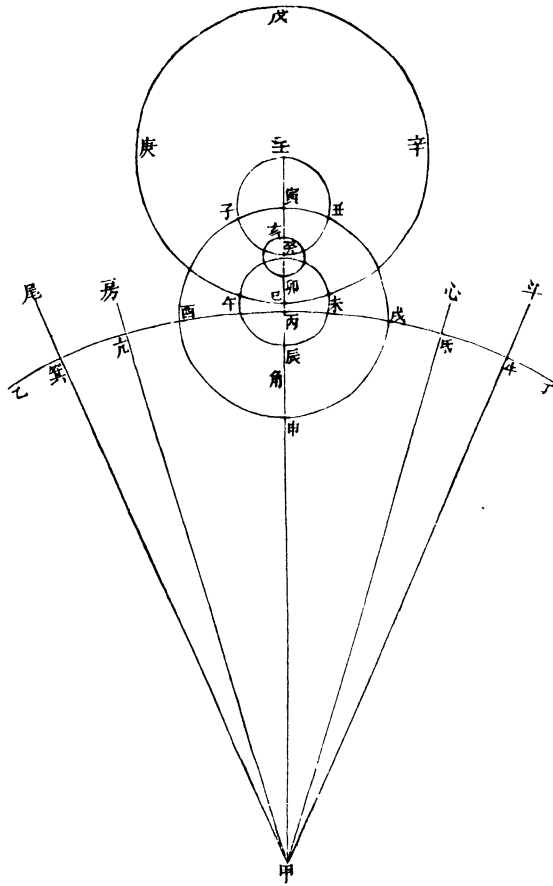
日在均輪上月在次均輪上雖隨輪轉日右轉月左轉而日月之本體上下有定蓋其底恒對地心也日之轉動與否不可見而月則有黑影西人謂之月斑恒定不易則日體亦常定可知五星當亦然

日輪圖



甲爲地心乙丙丁爲本天界戊已庚辛爲本輪壬癸爲均輪子爲日體在均輪上　庚爲最卑亦日高衝戊爲最高此設均輪在最卑初宮則日體在子若到三宮辛黜則日體當丑到最高六宮則日體在卯到九宮已黜則日體當寅　本輪心丙黜所到爲平行度丙至丑視行所加之度丙至寅視行所減之度子甲丑甲卯甲寅甲人從地視太陽線各度有視線本天半徑大於本輪半徑者約三十八倍作圖不能如其數後倣此

月輪圖



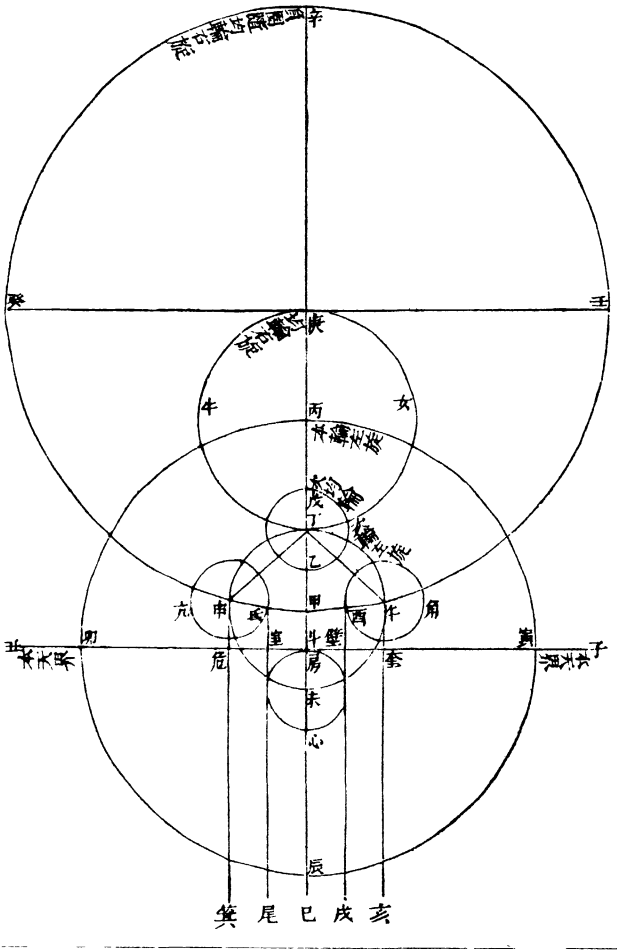
甲爲地心乙丙丁爲本天界寅戊申酉爲本輪壬子癸丑爲均輪癸未辰午爲次輪亥卯爲次均輪戊庚已辛爲負圈寅爲最高（卽月孛）申爲最卑此設均輪心在最高（初宮）則次輪與均輪相切於癸又設當朔望時癸卽次均輪心所到而月體在卯若均輪到三宮（戌點）則次輪與均輪相切於心均輪在最卑（六宮）則次輪與均輪相切於角均輪到九宮（酉點）則次輪與均輪相切於房丙至氐初均減度之最大丙至亢初均加度之最大者也若均輪到三宮又當兩弦時則月體在斗視度在牛均輪到九宮又當兩弦時則月體在尾視度在箕亢至箕氐至牛二三均加減度之大者也（月有諸輪行度最多變態後分十二宮圖之）本天大於本輪半徑約十七倍有奇

月本輪初宮圖

次均輪行於次輪不能徧圖每一圖以四爲率

上次均輪朔望時　右次均輪朔弦望弦間

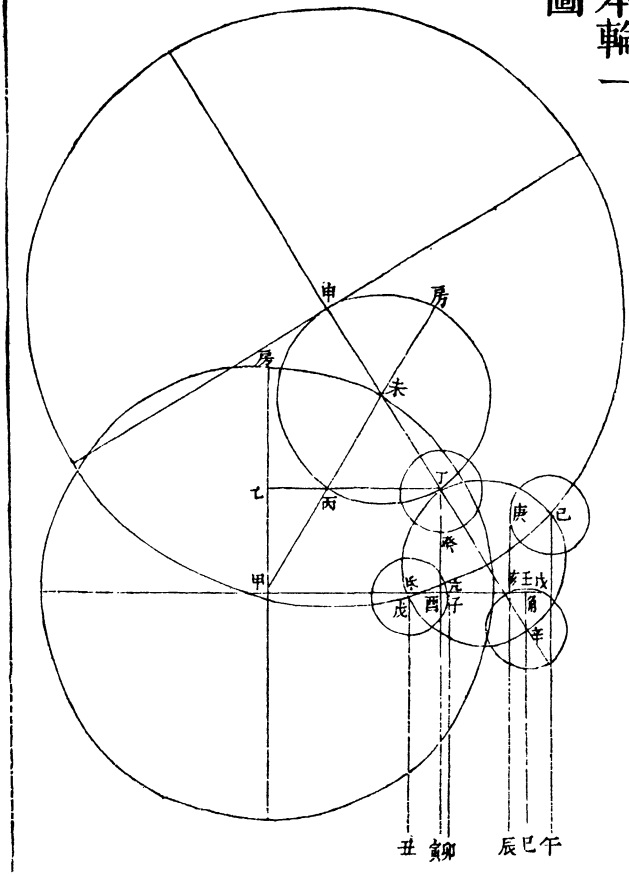
下次均輪上下弦時　左次均輪弦望弦朔間


辛
庚
壬
丙
午
女
牛
戊
己
乙
甲
申
酉
午
角
斗
壁
房
危
奎
未
心
辰
箕
尾
巳
戌
亥

子斗丑爲本天界丙寅辰卯爲本輪輪心在斗設當輪最高（丙點庚牛）爲初宮初度則均輪（丁女）心在丙而負圈（羊癸甲壬）之心在庚次輪（丁午未申）丁點與均輪相切如其正當朔望也則次均輪（戊乙）心在次輪均輪相切之處（丁）而月體在乙（次均輪之底）此時無加減度從丙乙斗辰巳線直下至地心（線長不能圖只圖其上截後倣此）爲次輪最近點距地心線減去次均輪半徑（丁）爲月距地心線如其行至朔弦望弦之間（初四初五十八十九）則次均輪（角酉）心到午午奎亥爲輪心距地心線奎斗其減度（次均）月體在酉酉壁戌爲距線奎壁其加度（三均）壁斗則減定度也　如其行至上下弦則次均輪（房心）心到未月體在房與朔望距地心線合爲一（惟乙房爲月體相距之差）亦無加減度　如其行至弦望弦朔之間（十一十二廿六

廿七度均則次均輪亢氐心到申申危箕爲輪心距地心線危斗其加亢氐月體在氐氐室尾爲距線危室其減度均三室斗則加定度也　凡諸直線皆下至地心

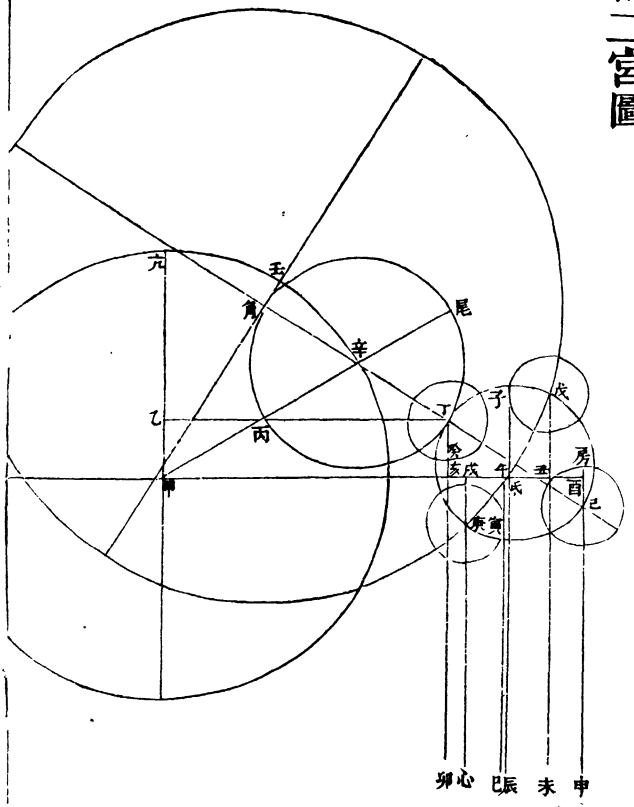
月本輪一宮圖



本輪心在本天甲房爲最高設本輪行一宮則均輪心到未房未三十度負圈心在申從房至申六十度次輪與均輪相切於丁求丁點之法先作甲乙丙勾股形以正弦比例求得乙丙三因之即丁點所在丙丁弧六十度倍於房未丙丁其通弦丁酉寅爲次輪最近點距地心線酉甲其減度初均朔望次均輪心在丁月體在癸丁癸酉寅與初均距線合爲一故朔望無次均加減此後倣朔弦望弦間次均輪心在巳巳戊午爲距線酉戊其減度次均月體在庚庚亥辰爲距線亥戊其加度三均亥酉爲二三均減度亥甲減定度也上下弦次均輪心在辛角辛巳爲距線角酉其減度次均月體在壬壬辛巳距線與次均同故上下弦即以次均爲三均此後倣角甲減定度也弦望弦朔間次均輪心在戊氏戊丑爲距線氏酉其加度次均月體在子

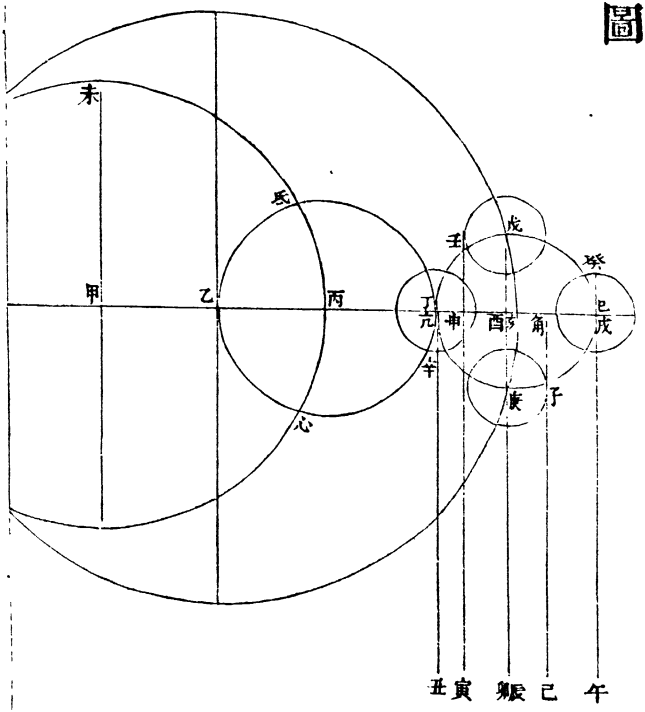
亢子卯爲距線亢氐爲減度均三亢酉爲二三均減度亢甲減定度也

月本輪二宮圖



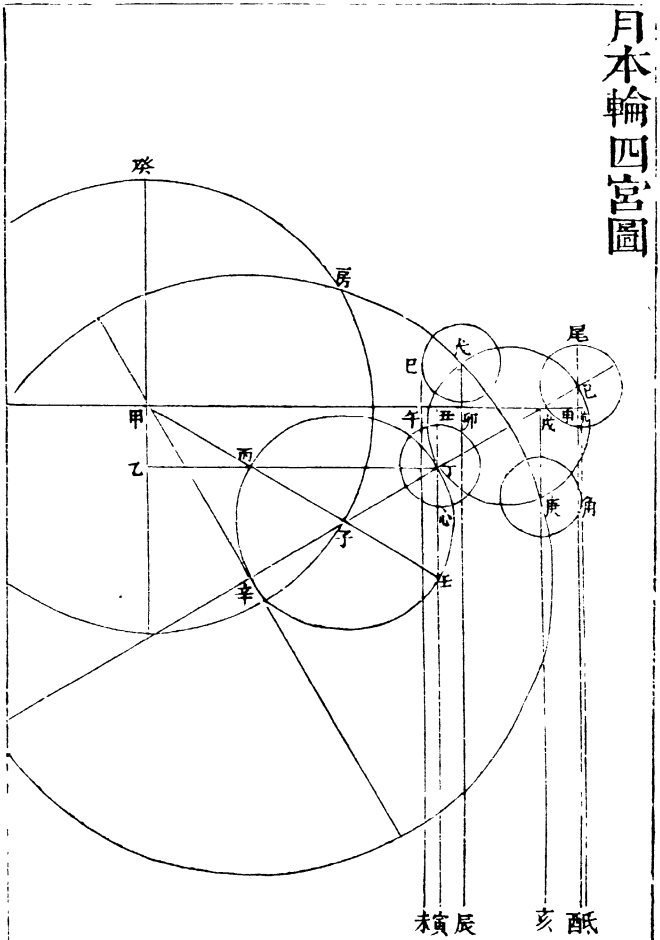
本輪心在本天甲亢爲最高設本輪行二宮則均輪心到辛亢壬辛（從尾至角一百二十度）次輪與均輪相切於丁（求丁點作甲乙丙勾股形以正弦比例求得乙丙三因之爲乙丁丙丁弧一百二十度倍於亢辛丙丁其通弦）丁亥卯爲次輪最近點距地心線亥甲其減度（初均）朔望次均輪心在丁月體在癸無次均朔弦望弦間次均輪心在戊戊丑未爲距線丑亥其減度（次均）月體在子子氐辰爲距線氐丑其加度（三均）氐亥爲二三均減度氐甲爲減定度上下弦次均輪心在已酉已申爲距線酉亥其減度（次均）月體在房同次均酉甲減定度也弦望弦朔間次均輪心在庚戊庚心爲距線戊亥其減度（次均）月體在寅午寅已爲距線午戌其減度（三均）午亥二三均減度午甲減定度也

月本輪三宮圖



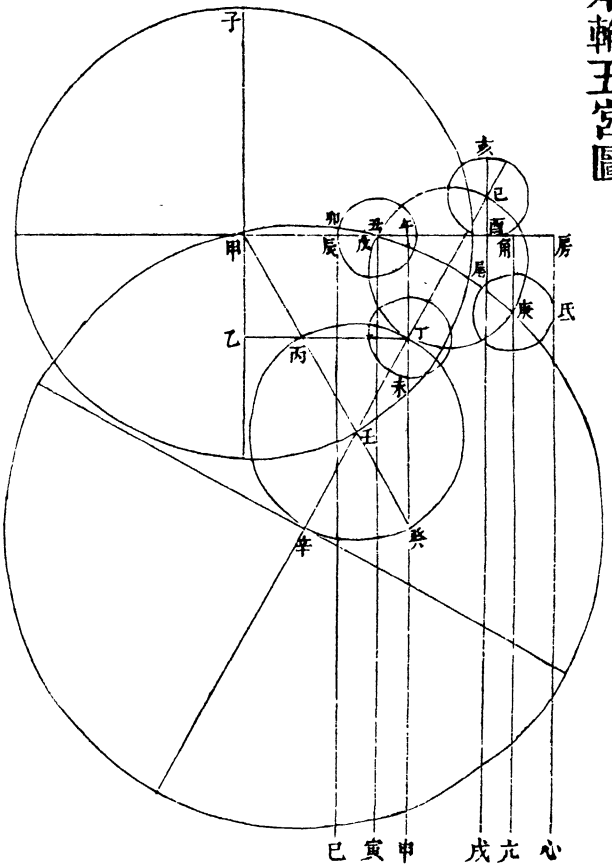
本輪心在本天甲未爲最高設本輪行三宮均輪心到丙未氐丙九十度負圖心在乙從丁歷氐至乙一百八十度次輪與均輪相切於丁甲乙丙丁爲直線無勾股甲丁亦三倍於甲乙乙心丁弧一百八十度倍於未丙乙丁爲均輪全徑丁亢丑爲距線亢甲其減度初均朔望次均輪心在丁月體在辛無次均朔弦望弦間次均輪心在戊戊酉卯爲距線酉亢其減度次均月體在壬壬申寅爲距線申酉其加度三均申亢爲二三均減度申甲減定度也上下弦次均輪心在巳巳戌午爲距線戌亢其減度次均月體在癸同次均戌甲減定度也弦望弦朔間次均輪心在庚亥庚辰爲距線亥亢其減度次均月體在子角子巳爲距線角亥其減度三均角亢爲二三均減度角甲減定度也

月本輪四宮圖



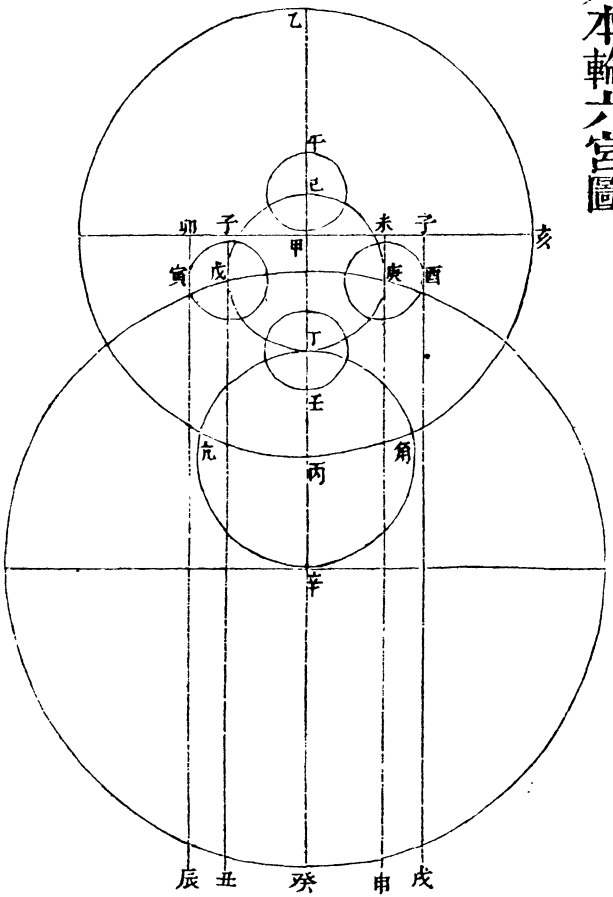
本輪心在本天甲癸爲最高設本輪行四宮均輪心到子（癸房）子一百二十度負圖心在辛（從壬歷丁丙至辛二百四十度）次輪與均輪相切於丁求丁點作甲乙丙勾股形以正弦比例求得乙丙三因之爲乙丁丙辛壬丁弧二百四十度倍於癸房子丙丁其通弦丁寅爲次輪最近黜距地心線上至本天丑丑甲其減度（初均）朔望次均輪心在丁月體在心無次均朔弦望弦間次均輪心在戊戊卯辰爲距線卯丑其減度（次均）月體在已已午未爲距線午卯其加度（三均）午丑爲二三均加度午甲減定度也上下弦次均輪心在已已申酉爲距線申丑其減度（次均）月體在尾同次均申甲減定度也弦望弦朔間次均輪心在庚戊庚亥爲距線戊丑其減度（次均）月體在角亢角氐爲距線亢戊其減度（三均）亢丑二三均減度亢甲減定度也

月本輪五宮圖



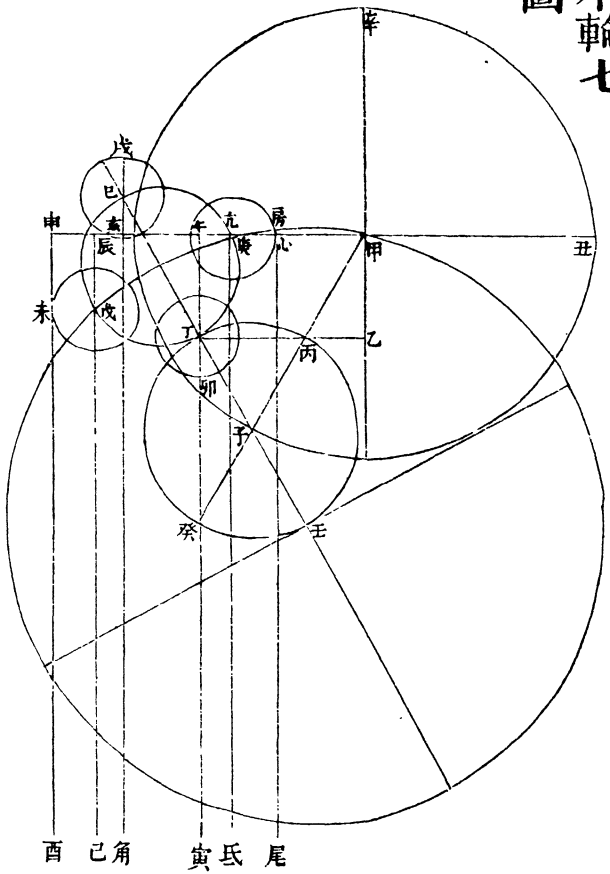
本輪心在本天甲子爲最高設本輪行五宮均輪心到壬（子尾壬一百五十度）負圖心在辛（從癸歷丁丙求丁至辛三百度）次輪與均輪相切於丁（丁點作甲乙丙勾股形求得乙丙三因之爲乙丁丙辛癸丁弧三百度倍赤子尾壬丙丁其通弦）丁申爲次輪最近點距地心線上至本天午午甲其減度（初均）朔望次均輪心在丁月體在未無次均朔弦望弦間次均輪心在戊戊丑寅爲距線丑午其加度（次均）月體在卯卯辰巳爲距線辰丑其加度（三均）午辰爲二三均加度辰甲減定度也上下弦次均輪心到己己酉戌爲距線酉午其減度（次均）月體在亥同次均酉甲減定度也弦望弦朔間次均輪心到庚庚亢爲距線角午其減度（次均）月體在氐房氐心爲距線房角其減度（三均）房午二三均減度房甲減定度也

月本輪六宮圖



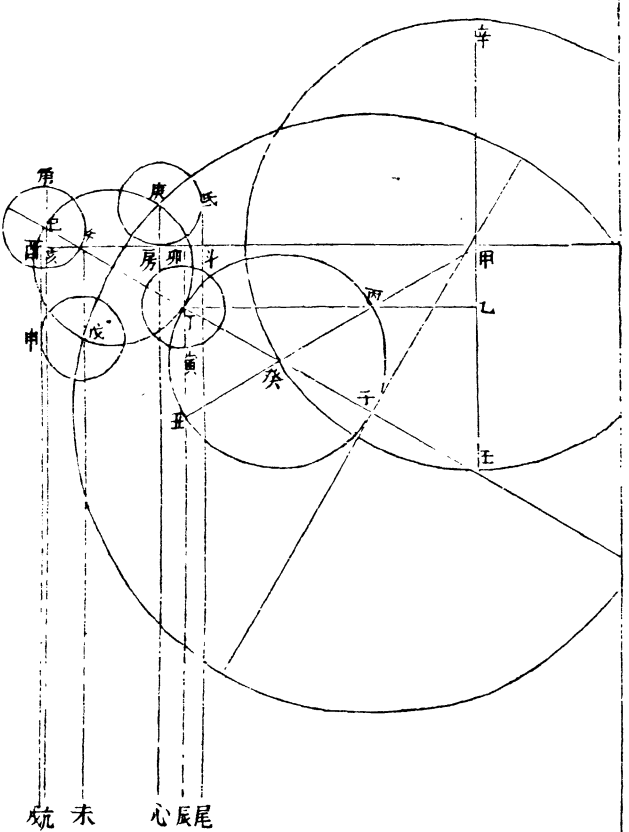
本輪心在本天甲乙爲最高設本輪行六宮均輪心到丙（乙亥丙一百八十度）負圖心在辛（從辛歷角丁均輪亢至辛一周心在最卑無勾股形從丁歷亢辛角至丁一周倍於乙亥丙）丁辛癸爲次輪最近黜距地心線上至本天甲爲一直線無初均加減度朔望次均輪心在丁月體在壬同一直線亦無次均度朔弦望弦間次均輪心在戊子戊丑爲距線子甲其加度（次均月體在寅卯寅辰爲距線卯子其加度三均）卯甲二三均加度卽加定度也上下弦次均輪在己月體在午與朔望同一直線亦無次均弦望弦朔間次均輪心在庚未庚申爲距線未甲其減度（次均月體在酉子酉戌爲距線子未其減度三均）子甲二三均減度卽減定度也

月本輪七宮圖



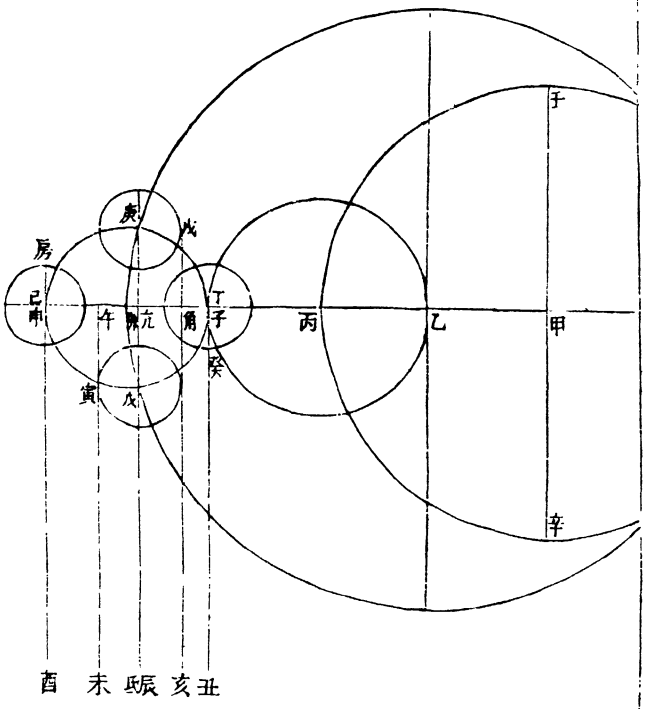
本輪心在本天甲辛爲最高設本輪行七宮均輪心到子（辛丑）
（子二百一十度）負圖心在壬（從癸右旋一周後至壬六十度）次輪與均輪相切於丁
作甲乙丙勾股形求得乙丙三因之爲乙丁
（從丙右旋一周復至丁六十度）丙丁其通弦丁卯寅爲次輪
最近黜距地心線上至本天午午甲其加度（初均）朔望次均輪
心在丁月體在卯無次均朔弦望弦間次均輪心在戊辰戊
己爲距線辰午其加度（次均）月體在未申未酉爲距線申辰其
加度（三均）申午二三均加度申甲加定度也上下弦次均輪心
到已已亥角爲距線亥午其加度（次均）月體在戊同次均亥甲
加定度也弦望弦朔間次均輪心到庚庚亢氐爲距線亢午
其減度（次均）月體在房房心尾爲距線心亢其減度（三均）心午二
三均減度心甲加定度也

月本輪八宮圖


角
亢
氐
房
心
尾
箕
斗
牛
女
虛
危
室
壁
奎
婁
胃
昴
畢
觜
參
井
鬼
柳
星
張
翼
軫
甲
乙
丙
丁
戊
己
庚
辛
壬
癸
子
丑
寅
卯
辰
巳
午
未
申
酉
戌
亥

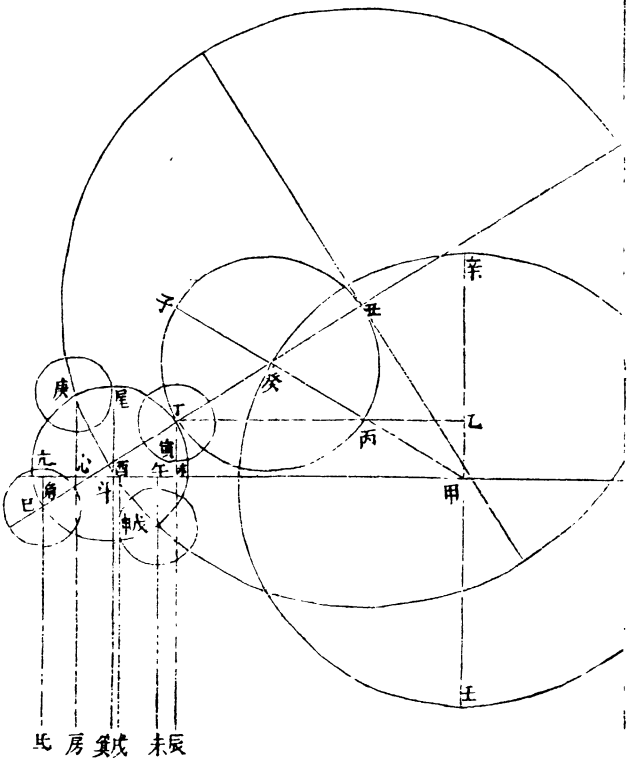
本輪心在本天甲辛爲最高設本輪行八宮均輪心到癸（辛壬癸二百四十度）負圖心在子（從丑右旋一周復至子一百二十度）次輪與均輪相切於丁（作甲乙丙勾股形求得乙丙三因之爲乙丁從丙右旋一周復至丁一百二十度丙丁其通弦）丁寅辰爲次輪最近黜距地心線上至本天卯（初均）卯甲其加度朔望次均輪心在丁月體在寅無次均朔弦望弦間次均輪心到戊午戊未爲距線午卯其加度（次均）月體在申酉申戌爲距線酉午其加度（三均）酉卯二三均加度酉甲加定度也上下弦次均輪心到己己亥亢爲距線亥卯其加度（次均）月體在角同次均亥甲加定度也弦望弦朔間次均輪心到庚庚房心爲距線房卯其加度（次均）月體在氐氐斗尾爲距線斗房其減度（三均）斗卯二三均減度斗甲加定度也

月本輪九宮圖



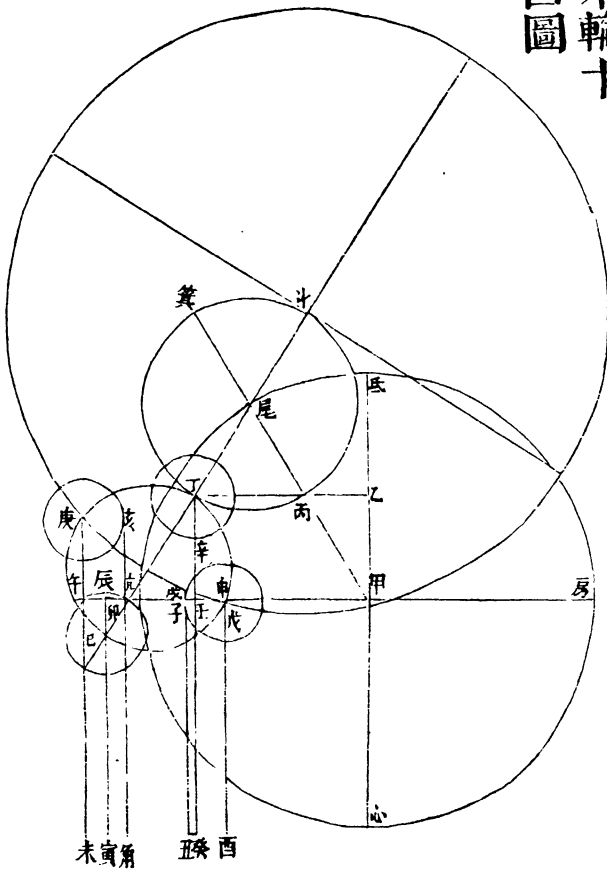
本輪心在本天甲壬爲最高設本輪行九宮均輪心到丙壬辛丙二百七十度負圈心在乙從丁右旋一周復至乙一百八十度次輪與均輪相切於丁甲乙丙丁爲直線無勾股甲丁亦三倍於甲乙從乙右旋一周復至丁一百八十度乙丁其通弦丁子丑爲次輪最近點距地心線子甲其加度初均朔望次均輪心在丁月體在癸無次均朔弦望弦間次均輪心在戊亢戊辰爲距線亢子其加度次均月體在寅午寅未爲距線午亢其加度三均午子二三均加度午甲加定度也上下弦次均輪心到已已申酉爲距線申子其加度次均月體在房同次均申甲加定度也弦望弦朔間次均輪心到庚庚卯氐爲距線卯子其加度次均月體在戌戌角亥爲距線角卯其減度三均角子二三均加度角甲加定度也

月本輪十宮圖


辛
壬
癸
丑
子
庚
尾
丁
乙
丙
心
酉
午
申
斗
甲
戌
巳
辰
未
酉
戌
亥
子
丑
寅
卯
辰
巳
午
未
申

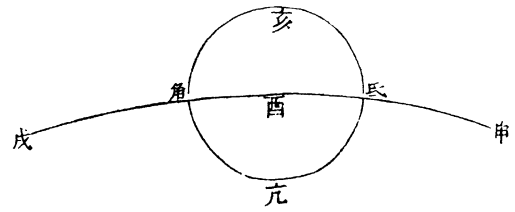
本輪心在本天甲辛爲最高設本輪行十宮均輪心到癸（辛壬癸三百度）負圈心在丑（從子右旋一周復至丑二百四十度）次輪與均輪相切於丁作甲乙丙勾股形求得乙丙三因之爲乙丁（從丙右旋一周復至丁二百四十度）丙丁其通弦丁卯辰爲次輪最近點距地心線卯甲其加度（初均）朔望次均輪心在丁月體在寅無次均朔弦望弦間次均輪心到戊午戊未爲距線午卯其加度（次均）月體在申酉申戊爲距線午酉其加度（三均）酉卯二三均加度酉甲加定度也上下弦次均輪心到己角己氏爲距線角卯其加度（次均）月體在亢同次均角甲加定度也弦望弦朔間次均輪心到庚庚心房爲距線心卯其加度（次均）月體在尾尾斗箕爲距線斗心其減度（三均）斗卯二三均加度斗甲加定度也

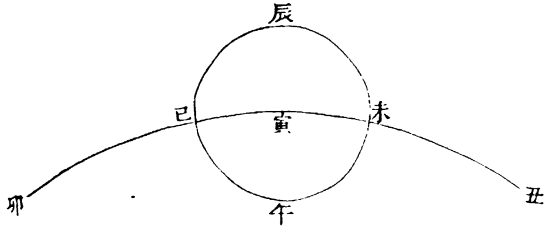
月本輪十一宮圖

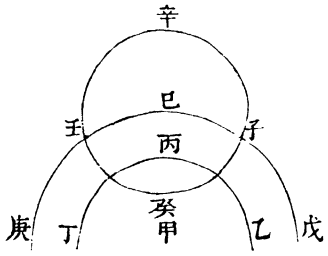


本輪心在本天甲氐爲最高設本輪行十一宮均輪心到尾氐房心尾三百二十度負圖心在斗從箕右旋一周復至斗三百度次輪與均輪相切於丁作甲乙丙勾股形求得乙丙三因之爲乙丁從丙右旋一周復至丁三百度丙丁其通弦丁壬癸爲次輪最近點距地心線壬甲其加度初均朔望次均輪心在丁月體在辛無次均朔弦望弦間次均輪心到戊申戊酉爲距線申壬其減度次均月體在子戊子丑爲距線戊申其加度三均戊壬二三均加度戊甲加定度也上下弦次均輪心到己卯己寅爲距線卯壬其加度次均月體在辰同次均卯甲加定度也弦朔弦望間次均輪心到庚庚午未爲距線午壬其加度次均月體在亥亥亢角爲距線亢午其減度三均亢壬二三均加度亢甲加定度也

土木火三星總輪圖

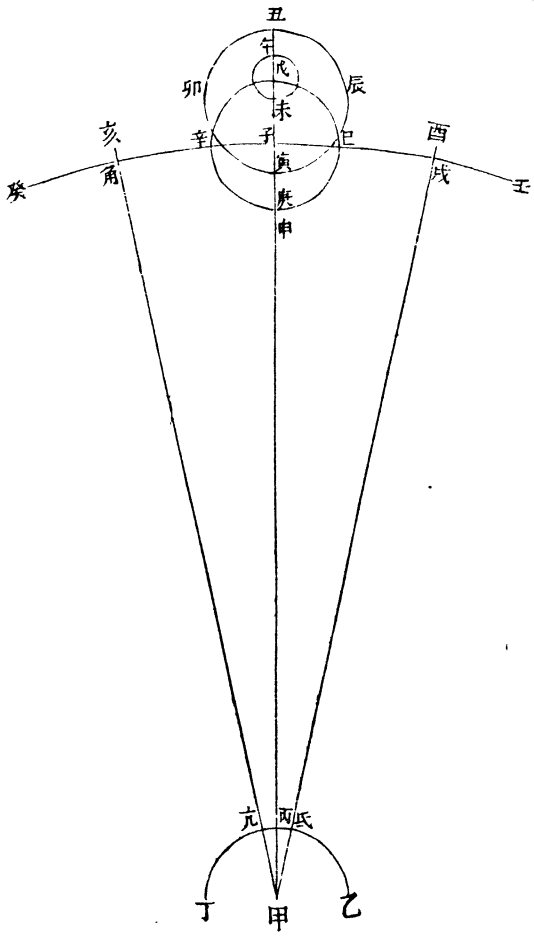






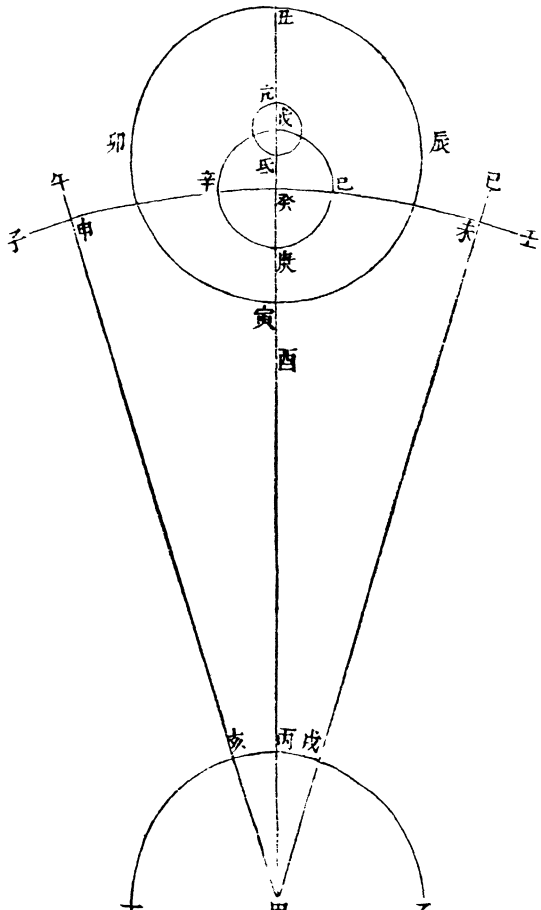
甲爲地心乙丙丁爲太陽本天諸星次輪半徑與之等
戊己庚爲火星本天辛壬癸子爲火星次輪辛合伏癸衝日
輪之下割入太陽本天
丑寅卯爲木星本天辰巳午未爲木星次輪辰合伏午衝日
申酉戌爲土星本天亥角亢氐爲土星次輪亥合伏亢衝日
諸星皆有本輪均輪而次輪高下時時不同此設次輪心
在平處圖其大槩後分圖以見之

土星諸輪圖



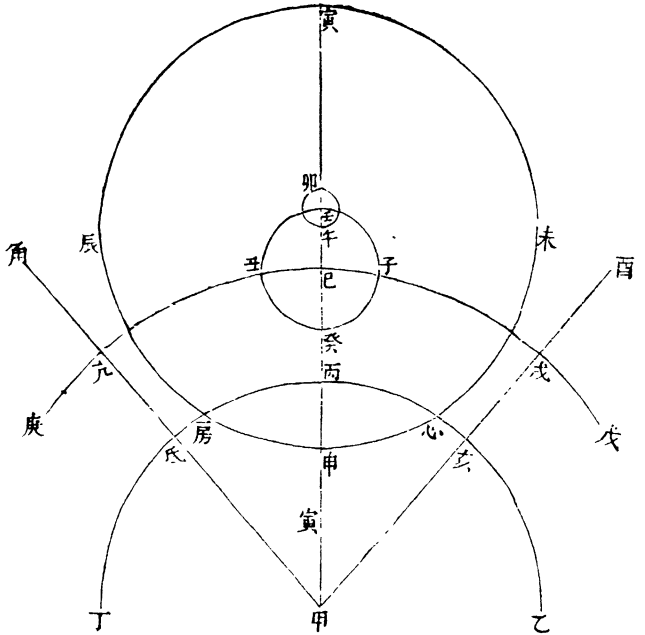
甲爲地心乙丙丁爲太陽本天壬子癸爲土星本天戊己庚辛爲本輪午未爲均輪丑卯寅辰爲次輪　戊爲最高庚爲最卑設均輪在最高初宮則次輪心在未如合伏星在丑衝日星在寅次輪三宮星在卯九宮星在辰　均輪心在最卑六宮則次輪衝日時星在申　均輪到三宮已黜而次輪又爲九宮則星到酉本天上在戌黃道上視之在氐氐丙其減度　均輪到九宮辛黜而次輪又爲三宮則星到亥本天上在角黃道上視之在亢亢丙其加度

木星諸輪圖



甲爲地心乙丙丁爲太陽本天壬癸子爲本星本天戊己庚辛爲本輪亢氐爲均輪丑卯寅辰爲次輪　戊爲最高庚爲最卑設均輪在最高初宮則次輪心在氐如合伏星在丑衝日星在寅次輪三宮星在卯九宮星在辰　均輪星在最卑六宮則次輪衝日時星在酉　均輪到三宮已點而次輪又爲九宮則星到已本天上在未黃道上視之在戊戊丙其減度　均輪到九宮辛點而次輪又爲三宮則星到午本天上在申黃道上視之在亥亥丙其加度

火星諸輪圖

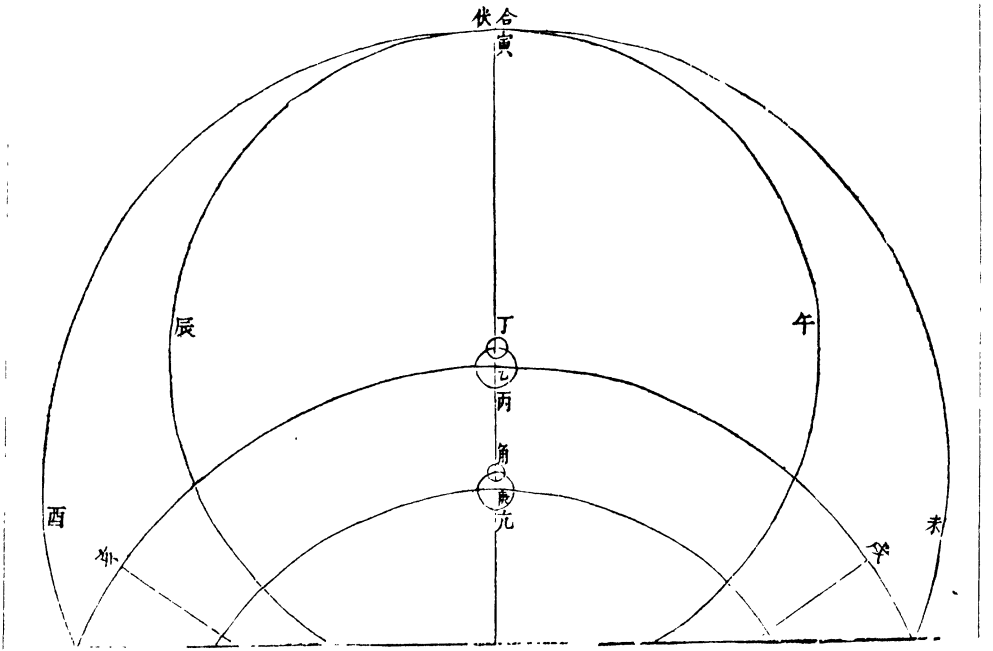


甲爲地心乙丙丁爲太陽本天戊己庚爲火星本天壬子癸丑爲本輪卯午爲均輪寅辰申未爲次輪　壬爲最高癸爲最卑設均輪在最高（初宮）則次輪心在午如合伏星在寅衝日星在申次輪三宮星在辰九宮星在未　均輪心在最卑（六宮）則次輪衝日時星在寅　次輪近太陽天留際加減度大均輪到三宮（子點）而次輪又爲留順之際星至酉本天上在戊黃道上視之在亥亥丙其減度均輪到九宮（丑點）而次輪又爲留退之際星至角本天上在亢黃道上視之在氐氐丙其加度

房心爲次輪割入太陽天處　火星次輪半徑時時不等此圖其大小之中者　五星皆以太陽爲心如磁石之引針但土木金水以太陽本輪之心爲心而火星獨以太陽實體

爲心次輪雖與日天等大而半徑時時不同算法置本星於最卑兼太陽高卑算之得數加於最卑之數卽次輪半徑之數所以然者何也火與日同類故其精相攝也昧於度數者渾言五星以太陽爲心而不別夫本輪實體訛謬甚矣

金星諸輪圖


合伏
寅
辰
丁
午
丙
角
酉
未

甲爲地心乙戊己辛爲太陽本天（即黃道照家用伏見輪借爲金星本天）庚子癸壬爲星本天寅酉卯未爲歲輪亢爲本輪角爲均輪最高時歲輪心在均輪之底合伏星在寅退合星在申兩留際星當黃道之亥戌　本輪均輪設於本天歲輪心在其上本象也星在歲輪周成繞日圓象爲寅辰申午伏見輪亦設本輪丙均輪丁於其上最高時伏見輪心在均輪之底星行伏見輪與歲輪不殊（詳金水發微）

水星諸輪圖

午
合伏
丁
乙
酉
未
合遇
戊
己
庚
申
辛
酉
戌
亥
子
丑
寅
卯
辰
巳

甲爲地心乙卯丑寅爲太陽本天（歷家借爲水星本天）戊癸庚辛爲星本天午巳子辰爲歲輪巳爲本輪壬爲均輪最高時歲輪心在均輪之頂合伏星在午退合星在未兩留際星當黃道之戌亥　星在歲輪周成繞日圓象爲午申未酉伏見輪亦設本輪丙均輪丁於其上最高時伏見輪心在均輪之頂星行伏見輪與歲輪不殊（詳見金水發微）

數學卷五終